MODUL
TEMA 14

Berdagang Buah

MATEMATIKA PEMINATAN PAKET C SETARA SMA/MA KELAS XII

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal PAUD, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah
Direktorat Pendidikan Masyarakat dan Pendidikan Khusus
Tahun 2020

MODUL
TEMA 14

Berdagang Buah

MATEMATIKA PEMINATAN PAKET C SETARA SMA/MA KELAS XII

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal PAUD, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah
Direktorat Pendidikan Masyarakat dan Pendidikan Khusus
Tahun 2020

Matematika Peminatan Paket C Setara SMA/MA Kelas XII
Modul Tema 14 : Berdagang Buah

- **Penulis:** Ida Suramun Husna,M.Pd.; Harun Al Rasyid, S.T.; Drs. G. Kundaru
- **Editor:** Dr. Samto; Dr. Subi Sudarto
  Dra. Maria Listiyanti; Dra. Suci Paresti, M.Pd.; Apriyanti Wulandari, M.Pd.

- **Diterbitkan oleh**: Direktorat Pendidikan Masyarakat dan Pendidikan Khusus–Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah–Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

x+ 44 hlm + illustrasi + foto; 21 x 28,5 cm

Modul Dinamis: Modul ini merupakan salah satu contoh bahan ajar pendidikan kesetaraan yang berbasis pada kompetensi inti dan kompetensi dasar dan didesain sesuai kurikulum 2013. Sehingga modul ini merupakan dokumen yang bersifat dinamis dan terbuka lebar sesuai dengan kebutuhan dan kondisi daerah masing-masing, namun merujuk pada tercapainya standar kompetensi dasar.

Kata Pengantar

Pendidikan kesetaraan sebagai pendidikan alternatif memberikan layanan kepada mayarakat yang karena kondisi geografis, sosial budaya, ekonomi dan psikologis tidak berkesempatan mengikuti pendidikan dasar dan menengah di jalur pendidikan formal. Kurikulum pendidikan kesetaraan dikembangkan mengacu pada kurikulum 2013 pendidikan dasar dan menengah hasil revisi berdasarkan peraturan Mendikbud No.24 tahun 2016. Proses adaptasi kurikulum 2013 ke dalam kurikulum pendidikan kesetaraan adalah melalui proses kontekstualisasi dan fungsionalisasi dari masing-masing kompetensi dasar, sehingga peserta didik memahami makna dari setiap kompetensi yang dipelajari.

Pembelajaran pendidikan kesetaraan menggunakan prinsip flexible learning sesuai dengan karakteristik peserta didik kesetaraan. Penerapan prinsip pembelajaran tersebut menggunakan sistem pembelajaran modular dimana peserta didik memiliki kebebasan dalam penyelesaian tiap modul yang di sajikan. Konsekuensi dari sistem tersebut adalah perlunya disusun modul pembelajaran pendidikan kesetaraan yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dan melakukan evaluasi ketuntasan secara mandiri.

Tahun 2017 Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan, Direktorat Jendral Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat mengembangkan modul pembelajaran pendidikan kesetaraan dengan melibatkan Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru dan tutor pendidikan kesetaraan. Modul pendidikan kesetaraan disediakan mulai paket A tingkat kompetensi 2 (kelas 4 Paket A). Sedangkan untuk peserta didik Paket A usia sekolah, modul tingkat kompetensi 1 (Paket A setara SD kelas 1-3) menggunakan buku pelajaran Sekolah Dasar kelas 1-3, karena mereka masih memerlukan banyak bimbingan guru/tutor dan belum bisa belajar secara mandiri.

Kami mengucapkan terimakasih atas partisipasi dari Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru, tutor pendidikan kesetaraan dan semua pihak yang telah berpartisipasi dalam penyusunan modul ini.

Jakarta, 1 Juli 2020
Plt. Direktur Jenderal

Hamid Muhammad

Daftar Isi

Daftar Simbol

P	=	Peluang binomial
	=	Ekspektasi /nilai harapan (dibaca: epsilon)
$\sum$	=	Sigma
e	=	Eksponen
p	=	Peluang kejadian sukses
q	=	Peluang kejadian gagal
$\cap$	=	Irisan
!	=	Faktorial
C	=	Kombinasi
μ	=	Rata-rata popuasi (dibaca: myu)
$\sigma\sigma^2$	=	Varians populasi (dibaca: sigma kuadrat)
$\sigma\sigma$	=	Simpangan baku populasi (dibaca: sigma)

BERDAGANG BUAH

Petunjuk Penggunaan Modul

Untuk dapat memahami isi modul ini secara maksimal, peserta didik harus mengikuti petunjuk penggunaan modul, yaitu:

1. Perhatikan istilah-istilah yang digunakan dalam modul seperti:

   Tujuan Pembelajaran
   Berisi kemampuan-kemampuan yang dikuasai setelah mempelajari modul.

   Pengantar
   Berisi gambaran uraian materi yang dibahas di dalam modul.

   Penugasan
   Berisi kegiatan yang dilakukan oleh peserta didik dalam memahami konsep materi di dalam modul.

   Latihan Unit
   Berisi soal-soal yang dikerjakan oleh peserta didik secara mandiri sebagai uji kemampuan dan penguatan dalam meningkatkan pemahaman peserta didik pada tiap unit pembelajaran.

   Rangkuman
   Berisi ringkasan materi modul secara keseluruhan. Beberapa rumus, persamaan, dan konsep-konsep yang penting disajikan dalam rangkuman sebagai penguatan bagi peserta didik.

   Latihan Akhir
   Berisi soal-soal yang dikerjakan oleh peserta didik secara mandiri sebagai uji kemampuan dan penguatan dalam meningkatkan pemahaman peserta didik pada modul 14.

   Kunci Jawaban
   Berisi deskripsi jawaban latihan dan atau kriteria dari suatu penugasan. Bagian ini dibuka setelah peserta didik menyelesaikan latihan dan atau penugasan yang dikerjakan setelah mempelajari modul ini.

   Rangkuman
   Bagian ini berisi ringkasan materi modul secara keseluruhan. Beberapa rumus, persamaan, dan konsep-konsep yang penting disajikan dalam rangkuman sebagai penguatan bagi peserta didik.

   Latihan Akhir
   Bagian ini berbeda dengan latihan pada unit-unit. Bagian ini adalah latihan secara menyeluruh yang terdiri dari seluruh unit dalam modul ini.

   Kunci Jawaban
   Bagian ini berisi deskripsi jawaban latihan dan atau kriteria dari suatu penugasan. Bagian ini dibuka setelah peserta didik menyelesaikan latihan dan atau penugasan yang dikerjakan setelah mempelajari modul ini.

   Glosarium
   Berisi istilah-istilah yang menjelaskan konsep yang relevan dengan materi.

   Saran Referensi
   Bagian ini berisi sumber-sumber lain yang dapat digunakan sebagai tambahan bahan pembelajaran yang direkomendasikan untuk dicari. Bagian ini lebih menekankan tambahan pengetahuan bagi peserta didik.

   Daftar Pustaka
   Bagian ini berisi sumber-sumber bahan bacaan penyusun modul.

2. Modul ini disusun sedemikian rupa dengan tujuan Anda dapat secara mandiri mempelajari materi modul ini. Namun, apabila masih terdapat kendala dapat dikonsultasikan kepada tutor. Selain itu, Anda juga diberikan penugasan-penugasan yang dikerjakan dalam kelompok-kelompok.

3. Anda juga dapat mencari sumber bacaan lain yang relevan dengan materi pada modul sebagai sumber belajar tambahan.

Catatan:

1. Jangan tergoda untuk melihat kunci jawaban sebelum menyelesaikan soal latihan, baik di tiap unit maupun di akhir modul.
2. Jangan tergoda untuk melihat bagian rangkuman tanpa mempelajari uraian materi

Kriteria Pindah / Lulus Modul

Peserta didik dianggap tuntas dalam mempelajari modul ini dan boleh pindah ke modul berikutnya apabila peserta didik mencapai nilai 70 atau lebih yang dihitung dari perpaduan nilai latihan tiap unit dan latihan pada akhir modul. Untuk menghitung perolehan nilai akhir digunakan rumus berikut:

$$NA = 40\%\ NRLU + 60\%\ NLA$$

Keterangan:

NA = Nilai akhir

NRLU = Nilai rata-rata latihan pada tiap-tiap unit

NLA = Nilai latihan akhir modul

Arti tingkat penguasaan:		
	90 – 100	= Baik Sekali
	80 – 89	= Baik
	70 – 79	= Cukup
	< 70	= Kurang

Jika nilai yang diperoleh masih di bawah 70, maka dianjurkan untuk mempelajari kembali terutama bagian yang belum dikuasai.

Tujuan yang Diharapkan Setelah Mempelajari Modul

Setelah mempelajari modul ini, diharapkan peserta didik memiliki kemampuan dalam:

1. Membedakan dan memberikan contoh variabel acak diskrit dan kontinu.
2. Memahami fungsi-fungsi variabel acak.
3. Mengetahui model-model fungsi variabel acak.
4. Memahami ciri-ciri distribusi binomial.
5. Mengetahui syarat distribusi binomial.
6. Memahami rumus distribusi binomial.
7. Memahami peluang binomial kumulatif.
8. Menghitung rata-rata, varians, dan simpangan baku distribusi binomial.

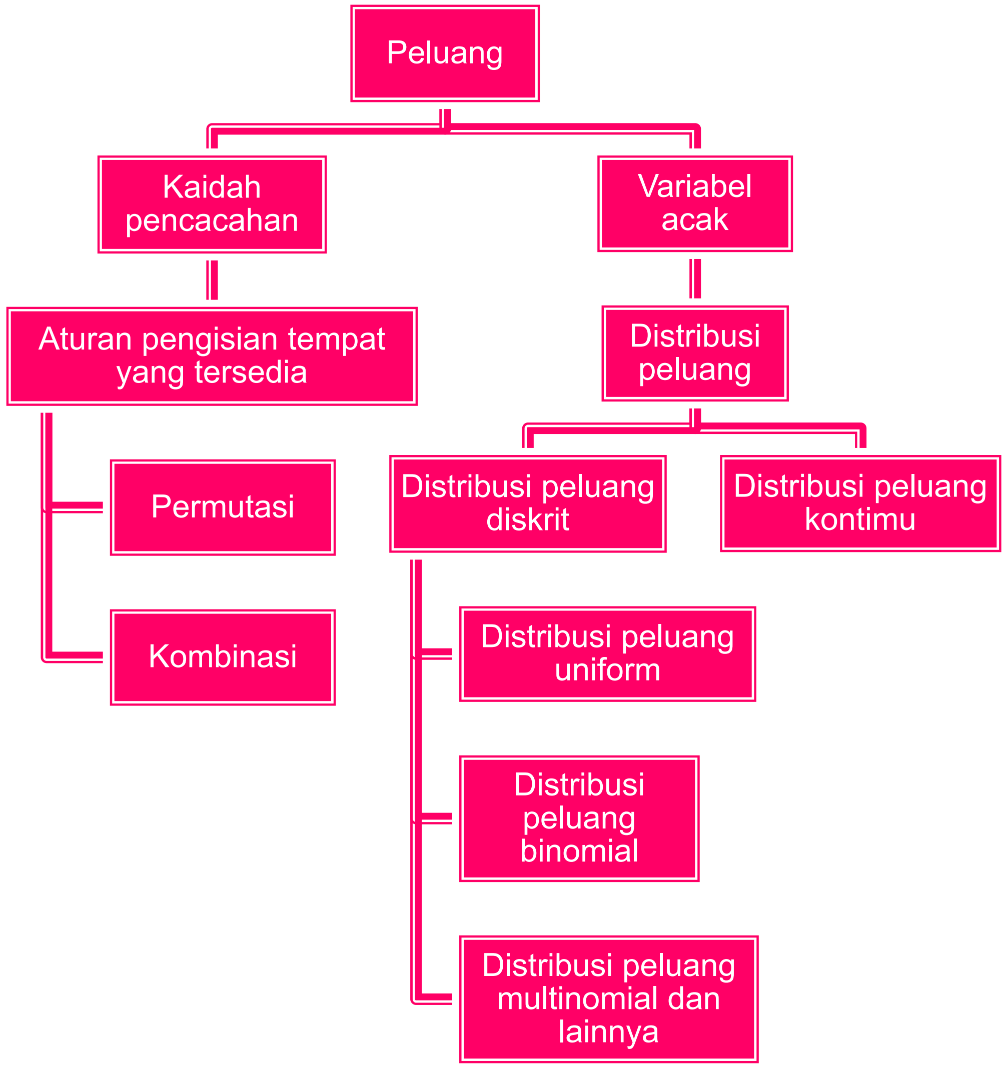
Pengantar Modul

Sumber:*https://wikipedia.org/wiki/Jacob_Bernoulli#media/File%3AJakob_Bernoulli.jpg*

Pada dasarnya peluang adalah suatu sistematika ilmu untuk mempelajari ketidakpastian. Seakurat-akuratnya model peluang yang digunakan, tetap saja ketidakpastian itu masih ada walau dengan kadar yang sangat tipis. Teori peluang dapat dikatakan merupakan salah satu ilmu untuk mengukur ketidakpastian hingga ketingkat yang lebih *manageable* dan *predictable*. Teori peluang digunakan bukan hanya untuk hal-hal yang praktis, tetapi juga untuk hal-hal yang teoritis ketika model-model matematis tidak dapat lagi disusun secara komprehensif untuk memecahkan suatu masalah.

Ada banyak macam peluang dalam statistika, salah satunya adalah peluang binomial. Dalam modul ini dibahas tentang variabel acak baik diskrit maupun kontinu yang menjadi modal dasar dalam mempelajari peluang binomial yang ditemukan oleh James Bernoulli (1654-1705) seorang matematikawan berkebangsaan Swiss. Peluang binomial atau sering disebut pula Percobaan Bernoulli berlaku apabila variabel yang digunakan adalah variabel acak yang bersifat diskrit. Pembahasan tentang variabel acak diskrit dan variabel acak kontinu sangat diperlukan untuk memperlancar proses pemahaman peluang binomial.

Peluang binomial hanya memiliki dua kondisi yaitu sukses dan gagal. Apabila kondisi sukses muncul maka kondisi gagal tidak akan muncul. Keduanya tidak akan muncul bersamaan dan saling meniadakan. Kedua kondisi tersebut dikenal dengan istilah independen atau kejadian saling lepas/ bebas satu sama lain.



Unit 1.
PASAR BUAH

Sumber: *http://cdns.klimg.com/dream.co.id/resized/750x500/news/2017/07/07/60566/wisata-anti-mainstream-yuk-belanja-di-pasar-buah-berastagi-170707f_3x2.jpg*

Gambar 2 Pasar Buah Berastagi, Sumatera Utara

Pasar buah merupakan tempat bertemunya pembeli dan penjual untuk melakukan transaksi jual beli dimana barang yang diperjualbelikan adalah buah-buahan, baik buah lokal maupun import. Saat memasuki area pasar buah, mata kita akan disuguhkan dengan pemandangan warna-warni buah segar sehingga membuat lidah tak sabar untuk mencicipi.

Berbicara soal buah, apakah kamu tahu semua jenis buah yang ada di Indonesia? Jika yang dibicarakan adalah buah semangka, apel, salak, anggur, stroberi dan buah-buahan yang umumnya dapat dengan mudah kita temui di pasar, sudah barang tentu kamu sudah tahu dan pernah memakannya bahkan sering. Tetapi bagaimana dengan buah-buahan yang jarang ditemui di pasar? Perhatikan kumpulan gambar-gambar buah berikut! Lihat ada berapa jenis buah dari kumpulan gambar-gambar buah tersebut yang kamu kenal atau pernah kamu cicipi.

Sumber*: https://pasberita.com/buah-langka/*

Gambar 3 Kumpulan Buah Langka Asli Indonesia

A. Konsep Variabel Acak

Gambar 4 Transaksi Jual Beli Buah di Pasar Apung, Banjarmasin

Dalam transaksi jual beli sudah tentu melibatkan penjual, pembeli, dan barang yang diperjualbelikan yang dalam hal ini adalah buah-buahan. Penjual mewakili nilai atau banyaknya orang yang berjualan buah-buahan di suatu pasar. Pembeli mewakili banyaknya orang yang membeli buah-buahan. Begitu pula buah-buahan dapat dinyatakan dalam nilai tertentu baik dalam satuan kg ataupun satuan unit buah. Banyaknya penjual, banyaknya pembeli, dan banyaknya buah-buahan yang terjual memiliki nilai tertentu. Hal yang demikian ini disebut dengan variabel. Variabel dilambangkan dengan huruf kapital seperti X, Y, Z, dan sebagainya sedangkan nilai-nilai variabel acak menggunakan huruf kecil seperti x, y, z, dan sebagainya.

Variabel yang memiliki nilai berupa bilangan real disebut variabel acak. Oleh karena itu, untuk mengecek apakah suatu variabel merupakan variabel acak atau bukan suatu variabel harus memenuhi syarat-syarat yaitu:

1. Himpunan $\{X \leq x\}$ merupakan suatu event untuk semua nilai real $-\infty < y < \infty$
2. $P\{X = -\infty\} = 0$ dan $P\{X = \infty\} = 0$

Misal variabel banyaknya pembeli dalam setengah jam. Nilai yang mungkin untuk menyatakan banyaknya pembeli dalam setengah jam adalah 0, 1, 2, 3, 4, 5, …, 30 apabila rata-rata ada satu orang pembeli tiap menitnya. Semua nilai tersebut terletak antara bilangan real $-\infty$ dan ∞ sehingga variabel X memenuhi syarat pertama. Kemudian untuk membuktikan syarat kedua kita dapat membuktikannya dengan memperlihatkan bahwa tidak terdapat nilai $-\infty$ karena nilai yang mungkin memenuhi hanya terbatas pada 0 atau tidak ada nilai -1, -2, -3 dst. Begitu pula tidak terdapat nilai ∞ karena nilai yang memungkinkan hanya 30 sehingga syarat kedua terpenuhi. Variabel banyaknya pembeli dalam setengah jam merupakan variabel acak.

Buah Rambai

Buah rambai tumbuh liar atau setengah liar di kebun-kebun Asia Tenggara

Buah Rukam

Dipijit-pijit di bagian luar sebelum dimakan untuk menghilangkan rasa sepat

Variabel acak dibedakan menjadi variabel acak diskrit dan variabel acak kontinu. Variabel acak dikatakan diskrit apabila variabel acak tersebut memiliki nilai-nilai yang dapat dihitung yang diperoleh dari kegiatan membilang. Misalnya banyaknya transaksi jual beli buah, banyaknya pembeli maupun penjual.

Menurutmu, mengapa banyaknya buah jeruk dalam kg yang dibeli oleh pembeli dalam 30 menit tidak termasuk dalam variabel acak diskrit? Banyaknya buah jeruk dalam kg yang dibeli oleh pembeli dalam 30 menit tidak termasuk dalam variabel acak diskrit karena nilai-nilai variabelnya diperoleh bukan dengan cara membilang melainkan dengan cara mengukur atau menimbang. Selain berbentuk hasil pengukuran, variabel acak yang bersifat kontinu dapat juga dalam bentuk waktu.

Untuk memantapkan pemahamanmu mengenai variabel acak diskrit dan kontinu, lakukan kegiatan pada penugasan 1.1 berikut kemudian diskusikan hasilnya bersama teman dan guru jika diperlukan.

Penugasan 1.1

Tujuan:
Membedakan contoh variabel acak diskrit dan kontinu.
Sumber Belajar:
Lingkungan.
Langkah-langkah Penugasan:
Amati lingkungan di sekitarmu, datalah masing-masing minimal 3 contoh hal-hal yang termasuk variabel acak diskrit, dan variabel acak kontinu di lingkungan sekitarmu!
Petunjuk Pengerjaan:
Lihat pengertian variabel acak diskrit dan variabel acak kontinu.

Kita menyebut satu kali kegiatan jual beli buah dengan istilah percobaan. Sedangkan terjadinya kegiatan jual beli lebih dari satu kali disebut dengan eksperimen. Pada percobaan jual beli buah jeruk dapat kita ketahui hasil yang mungkin untuk percobaan tersebut yaitu pembeli membeli jeruk (B) atau pembeli tidak membeli jeruk (T) dan tidak terdapat hasil lainnya selain dua kemungkinan tersebut. Ruang sampel (daerah asal) dari percobaan tersebut adalah B dan T. Daerah hasil atau *range*-nya adalah 0 dan 1. Oleh karena itu, apabila X adalah variabel acak yang menyatakan banyaknya kejadian pembeli yang membeli jeruk, maka X bernilai 1 jika pembeli membeli jeruk dan bernilai 0 jika pembeli tidak membeli jeruk.

Buah Manau
Merupakan buah dari pohon rotan, rasanya asam-asam manis dan sering dijadikan asinan

Pada eksperimen jual beli buah jeruk sebanyak 3 kali (misal ditentukan X adalah variabel acak yang menyatakan banyak kejadian pembeli yang membeli jeruk), kita juga dapat menuliskan ruang sampel dan *range*-nya. Ruang sampel yang mungkin dan *range*-nya dapat kita lihat pada tabel berikut:

Tabel 1 Ruang Sampel dan Range Variabel Acak X

Percobaan ke (Pembeli ke)			Ruang sampel (S)	*Range* (R) R = {0, 1, 2, 3}
1	2	3		
B	B	B	B,B,B	3
		T	B,B,T	2
	T	B	B,T,B	2
		T	B,T,T	1
T	B	B	T,B,B	2
		T	T,B,T	1
	T	B	T,T,B	1
		T	T,T,T	0
			Banyaknya ruang sampel = 8	

Berdasarkan Tabel 1 di atas, menggunakan pemetaan S → R diperoleh bahwa:

1. X dianggap bernilai 0 jika tidak terdapat sama sekali kejadian pembeli membeli jeruk pada percobaan 1, 2, atau 3. Kejadian $X = 0$ ekuivalen dengan kejadian {(T,T,T)} dengan $n\{X = 0\} = 1$.
2. X dianggap bernilai 1 jika terdapat satu kejadian pembeli membeli jeruk pada percobaan 1, 2, atau 3. Kejadian $X = 1$ ekuivalen dengan kejadian {(B,T,T), (T,B,T), (T,T,B)} dengan $n\{X = 1\} = 3$.
3. X dianggap bernilai 2 jika terdapat dua kejadian pembeli membeli jeruk pada percobaan 1, 2, atau 3. Kejadian $X = 2$ ekuivalen dengan kejadian {(B,B,T), (B,T,B), (T,B,B)} dengan $n\{X = 2\} = 3$.
4. X dianggap bernilai 3 jika terdapat tiga kejadian pembeli membeli jeruk pada percobaan 1, 2, atau 3. Kejadian $X = 3$ ekuivalen dengan kejadian {(B,B,B)} dengan $n\{X = 3\} = 1$.

Sehingga diperoleh nilai peluang:

$$P(X = 0) = \frac{n(X=0)}{n(S)} = \frac{1}{8}\,.$$

$$P(X = 1) = \frac{n(X=1)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 2) = \frac{n(X=2)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

Buah Kemunting
Rasanya manis. Mudah tumbuh di atas bukit, terutama tanah liat bercampur pasir

Buah Kecapi
Buah kecapi atau sentul ini berasal dari Semenanjung Malaka dan menyebar hingga ke Indonesia

$$P(X = 3) = \frac{n(X = 3)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

$$P(X = 0 \cup X = 1 \cup X = 2 \cup X = 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$
$$= \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

Jadi, $P(X = 0 \cup X = 1 \cup X = 2 \cup X = 3) = 1$, semua kejadian saling lepas (lihat syarat kejadian saling lepas).

Variabel X bersifat diskrit karena semua nilai-nilai yang dapat diberikan ke variabel X adalah {0, 1, 2, 3} yang merupakan suatu himpunan berhingga dan dapat dibilang. Nilai-nilai X, x dan peluangnya dapat disajikan dalam bentuk tabel distribusi peluang seperti di bawah ini.

Tabel 2 Distribusi Peluang Variabel Acak *X*

$X = x$	0	1	2	3	Total
$P(X = x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

Peluang kejadian apa saja yang melibatkan X dapat dihitung berdasarkan keterangan dalam tabel tersebut. Misalnya, jika F adalah suatu kejadian lebih dari satu angka muncul dalam percobaan, maka $F = \{X = x \mid x \geq 2\} = \{X = 2 \text{ atau } X = 3\}$ dan

$$P(F) = P(\{X = 2 \text{ atau } X = 3\}) = P(X = 2) + P(X = 3)$$
$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Buah Keledang
Merupakan buah langka bumi Kalimantan

B. Fungsi Variabel Acak

Suatu variabel acak X dapat dituliskan ke dalam bentuk persamaan fungsi yang dinotasikan dengan $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ dan lain sebagainya. Kita dapat menuliskan $f(x) = P(X = x)$. Contohnya $f(2) = P(X = 2)$. Fungsi ini disebut fungsi peluang. Sebagai contoh, notasi fungsi untuk tabel 2 tentang distribusi peluang variabel acak X dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}, & \text{jika } x = 0,\ 3 \\ \frac{3}{8}, & \text{jika } x = 1, 2 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

Buah Rumbia
Rumbia disebut juga pohon sagu

Untuk mengecek apakah suatu fungsi termasuk fungsi peluang atau bukan dapat dilakukan dengan menggunakan dua syarat. Dua syarat berikut ini haruslah terpenuhi semua untuk dapat disebut sebagai fungsi peluang.

1) $f(x) \geq 0$, untuk setiap nilai y, dan

2) $\sum_{i=1}^{n} f(X_i) = 1$

Sebagai contoh, kita dapat mengecek apakah fungsi di bawah ini termasuk fungsi peluang atau bukan.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}, & \text{jika } x = 0,\ 3 \\ \frac{3}{8}, & \text{jika } x = 1, 2 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

Buah Kepel
Buah kepel digemari putri keraton-keraton di Jawa karena dipercaya menyebabkan keringat beraroma wangi

Secara jelas syarat (1) yaitu $f(x) \geq 0$ telah terpenuhi untuk setiap nilai X. Untuk syarat (2) yaitu $\sum_{i=1}^{n} f(X_i) = 1$ kita harus memeriksanya terlebih dahulu.

$$\sum_{i=1}^{n} f(X_i) = 1 \quad \text{.......... (1)}$$

$$f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$$
$$= \frac{8}{8}$$
$$= 1$$

Kesimpulan: $f(x)$ adalah suatu fungsi peluang.

Buah Kelubi
Pohon dan buahnya mirip salak tetapi ukurannya lebih kecil dari salak

Berkaitan dengan variabel acak dikenal dua buah fungsi yaitu fungsi distribusi dan fungsi densitas atau kerapatan. Fungsi distribusi adalah fungsi yang berlaku pada variabel acak diskrit dan fungsi densitas adalah fungsi yang berlaku pada variabel acak kontinu. Berikut dibahas tentang fungsi distribusi dan fungsi densitas.

1. Fungsi Distribusi

Dalam tabel 2, jumlah peluang adalah 1 dan distribusi peluang untuk variabel acak X sudah terbentuk. Variabel acak diskrit X menentukan distribusi peluang apabila untuk nilai $X = x_1, x_2, \ldots, x_n$ terdapat peluang $p(x_i) = P(X = x_i)$ sehingga:

$$\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1 \quad \text{.......... (2)}$$

Anggota-anggota ruang sampel yang memuat kejadian $X \leq x$ berubah bila x juga berubah sesuai dengan nilai-nilai yang diberikan sehingga peluang $P(X \leq x)$ merupakan bilangan yang bergantung pada x. Bilangan ini disebut fungsi distribusi variabel acak X dan didefinisikan sebagai $F(X) = P(X \leq x)$, di mana x adalah bilangan riil $(-\infty < x < \infty)$. Fungsi distribusi dapat diperoleh dari fungsi peluang. Fungsi distribusi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$F(X) = P(X \le x) = \sum_{X=x}^{n} f(x) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$$F(X) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < x_1 \\ f(x_1), & x_1 < x < x_2 \\ f(x_1) + f(x_2), & x_2 < x < x_3 \\ \vdots & \vdots \\ f(x_1) + f(x_2) + \ldots + f(x_n), & x_n < x < \infty \end{cases}$$

Contoh Soal 1.1

Tentukan fungsi distribusi $F(x)$ untuk variabel acak X menyatakan banyak kejadian pembeli tidak membeli buah jeruk (T) dalam eksperimen transaksi jual beli buah jeruk sebanyak 3 kali dan buatlah grafik fungsi distribusi tersebut!

Penyelesaian:

$f(0) = f(3) = \frac{1}{8}$,

$f(1) = f(2) = \frac{3}{8}$, dan

0 untuk nilai lainnya

Lihat kembali Tabel 4.1 dan

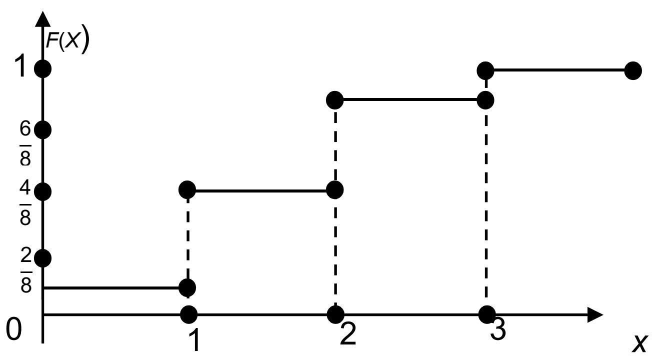
Dengan demikian

$$F(X) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 0 \\ f(0) = \frac{1}{8}, & 0 < x < 1 \\ f(0) + f(1) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, & 1 < x < 2 \\ f(0) + f(1) + f(2) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}, & 2 < x < 3 \\ f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1, & 3 < x < \infty \end{cases}$$

Fungsi distribusi variabel acak diskrit X adalah:

$$F(X) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{8}, & 0 < x < 1 \\ \frac{1}{2}, & 1 < x < 2 \\ \frac{7}{8}, & 2 < x < 3 \\ 1, & 3 < x < \infty \end{cases}$$

Grafik fungsi distribusinya adalah:



Dalam variabel acak diskrit, kita dapat menentukan ekspektasinya yaitu:

$$\varepsilon(X) = \sum x_i \,.\, p(x_i) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

di mana $\varepsilon(X)$ adalah ekspektasi untuk variabel acak X dan penjumlahan dilakukan untuk semua harga X yang mungkin. $\varepsilon(X)$ merupakan rata-rata untuk variabel acak X. Untuk contoh soal 1.1 dapat kita cari ekspektasinya yaitu

$\varepsilon(X) = \sum x_i \,.\, p(x_i)$

$\varepsilon(X) = (0)(\frac{1}{8}) + (1)(\frac{3}{8}) + (2)(\frac{3}{8}) + (3)(\frac{1}{8}) = \frac{12}{8}$

Dari 3 kali percobaan jual beli buah jeruk tersebut rata-rata untuk munculnya variabel X adalah $\frac{12}{8}$.

Buah Bisbul

Dibudidayakan di daerah Bogor dan Jawa Barat. Dikenal juga sebagai Velvet Apple (Inggris) atau Buah Mentega (Indonesia)

Contoh Soal 1.2

Pengamatan memperlihatkan bahwa peluang banyaknya percobaan jual beli buah pir setiap menit mengikuti distribusi peluang sebagai berikut:

Banyak transaksi	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Peluang	0,01	0,05	0,10	0,28	0,22	0,18	0,08	0,05	0,03

Berapakah banyaknya percobaan jual beli buah pir paling sedikit 3 transaksi selama 100 menitnya?

(Sudjana, 2005: 128)

Penyelesaian:

Peluang dalam satu menit paling sedikit 3 percobaan jual beli buah pir adalah 1 – (0,01 + 0,05 + 0,10) = 0,84. Dengan menggunakan rumus di atas dapat diperoleh bahwa rata-rata tiap menit terdapat banyaknya percobaan jual beli buah pir sebanyak:

$$\begin{aligned} \varepsilon(X) &= \sum_{i=1}^{n} x_i \,.\, p(x_i) \\ &= (0)(0{,}01) + (1)(0{,}05) + (2)(0{,}10) + (3)(0{,}28) + (4)(0{,}22) + (5)(0{,}18) \\ &\quad + (6)(0{,}08) + (7)(0{,}05) + (8)(0{,}03) \\ &= 3{,}94. \end{aligned}$$

Sehingga terdapat 394 percobaan jual beli buah pir setiap 100 menitnya.

2. Fungsi Densitas

Fungsi densitas terdapat pada variabel acak kontinu. Variabel acak kontinu biasanya dalam bentuk waktu maupun hasil pengukuran. Variabel ini dapat memiliki setiap harga.

Misalnya X adalah variabel acak kontinu, $X = x$ dibatasi oleh $-\infty < x < \infty$ atau batas-batas lain. Fungsi densitas dapat dituliskan sebagai:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Sedangkan untuk menentukan peluang bahwa harga $X = x$ antara nilai 1 misal a dan nilai 2 misal b dapat digunakan rumus:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\,dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Ekspektasi untuk variabel acak kontinu X ditentukan oleh:

$$\varepsilon(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \,.\, f(x)\,dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Contoh Soal 1.3

Ketahanan buah semangka dinyatakan sebagai X dapat dilukiskan dengan fungsi densitas eksponensial $f(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}$, $x \geq 0$, dalam bulan dan e = 2,7183.

Tentukan peluang buah semangka tersebut tahan selama:

a) antara 3 sampai 3,5 bulan,
b) lebih dari 3 bulan, dan
c) Tentukan pula rata-rata ketahanannya! (Sudjana, 2005, 129)

Penyelesaian:

a) $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\,dx$

$= \int_3^{3,5} \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}\,dx$

$= e^{-\frac{1}{2}x}\Big|_{x=3}^{x=3,5}$

$= -e^{-1,75} + e^{-1,5}$

$= -0,1738 + 0,2231 = 0,0493$

Peluang ketahanan buah semangka antara 3 dan 3,5 bulan adalah 0,0493.

b) $P(3 < X < \infty) = \int_a^b f(x)\,dx$

$= \int_3^{\infty} \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}\,dx$

$= e^{-\frac{1}{2}x}\Big|_{x=3}^{x=\infty}$

$= -0 + e^{-1,5}$

$= 0,2231$

Peluang ketahanan semangka lebih dari 3 bulan adalah 0,2231.

c) Karena $x \geq 0$, maka $\varepsilon(X) = \int_0^{\infty} x \,.\, f(x)\,dx$

$= \int_0^{\infty} x \,.\, \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}\,dx$

$= -2\,e^{-\frac{1}{2}x}\Big|_{x=0}^{x=\infty}$

$= 2$

Pukul rata ketahanan semangka itu adalah 2 bulan.

Catatan: Untuk memperoleh harga $e^{-\lambda}$ dapat dicari menggunakan kalkulator yaitu dengan dengan mengetikkan e^(-nilai lambda). Misalnya kita mencari harga $e^{-1,21}$ kita dapat mengetikkan e^(-1,21) lalu tekan tanda = sehingga diperoleh hasil sebesar 0,2982. Selain itu, kita juga dapat menggunakan tabel harga $e^{-\lambda}$ yang dapat diperoleh di internet buku lainnya seperti buku Metode Statistika karangan Sudjana.

C. Model-Model Fungsi Variabel Acak

Buah Jamblang
Dikenal juga dengan nama Duwet atau Jambu Keling dan rasanya asam sepat

Terdapat beberapa macam model fungsi variabel acak diantaranya adalah *Gaussian*, Binomial, *Poisson*, *Uniform*, Eksponensial dan lain-lain. Dari beberapa macam model tersebut menggunakan variabel acak yang bersifat diskrit dan ada pula yang bersifat kontinu.

Model fungsi *Gaussian* menggunakan variabel acak kontinu dan sering juga disebut dengan model fungsi normal. Jika variabel acak kontinu X mempunyai fungsi densitas pada $X = x$ dengan persamaan

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Buah Jambu Mawar
Dinamai demikian karena buah jambu ini memiliki aroma wangi yang keras seperti mawar

dengan:

π = nilai konstan yang nilainya 3,1416
e = bilangan konstan yang nilainya 2,7183
μ = parameter yang merupakan rata-rata distribusi
σ = parameter yang merupakan simpangan baku untuk distribusi

Nilai x mempunyai batas $-\infty < x < \infty$, maka variabel acak X disebut berdistribusi normal. Grafik fungsi *Gaussian* selalu berada di atas sumbu x, bentuknya simetris terhadap $x = \mu$, memiliki satu modus jadi kurva unimodal yang tercapai pada $x = \mu$ sebesar $\frac{0,3989}{\sigma}$. Grafiknya mendekati (berasimtut) sumbu x dimulai dari $x = \mu + 3\sigma$ ke kanan dan $x = \mu - 3\sigma$ ke kiri. Luas daerah fungsi *Gaussian* selalu sama dengan satu unit persegi. Untuk lebih jelas materi tentang fungsi *Gaussian* atau fungsi normal dibahas pada modul 15.

Model fungsi binomial menggunakan variabel acak yang bersifat diskrit. Pada modul ini secara khusus hanya akan dibahas tentang model fungsi Binomial saja. Pembahasan tentang fungsi Binomial dan distribusinya secara khusus pada Unit 2 modul ini.

Variabel acak diskrit X dikatakan memiliki fungsi *Poisson* jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$p(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^{x}}{x!} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (9)$$

dengan $x = 0, 1, 2, 3, \ldots$

e = bilangan konstan yang nilainya 2,7183 dan

λ = dibaca lamb-da yaitu rata-rata distribusi atau sama dengan μ dan $\sqrt{\lambda} = \sigma$.

Catatan: Harga $e^{-\lambda}$ dapat dilihat pada tabel harga $e^{-\lambda}$.

Model fungsi *uniform* menggunakan variabel acak yang bersifat kontinu. Distribusi dari fungsi *Uniform* adalah yang paling sederhana. Fungsi densitas peluang dari variabel acak kontinu x pada selang [a, b] dinyatakan sebagai berikut.

$$f(x;\, a,\, b) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & a \le x \le b \\ 0, & x \text{ lainnya} \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (10)$$

Model fungsi eksponensial diterapkan dalam teori realibilitas (waktu tahan), waktu tunggu, masalah antrian dan lain-lain. Fungsi densitas peluangnya berbentuk:

$$f(x;\, \theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & x > 0 \\ 0, & x \text{ lainnya} \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (11)$$

Buah Sawo Kecik

kandungan vitamin C dan flavonoid-nya yang tinggi bisa mencegah dan menurunkan kolesterol

Latihan Soal 1

1. Seorang pedagang berencana menjual buah melon dan mau melihat peluang terjualnya buah melon dari 4 percobaan yang dilakukannya.
   a. Tentukanlah ruang sampelnya!
   b. Jika X menyatakan banyak kejadian terjual buah melon tentukan nilai-nilai peluang dari variabel X tersebut!
   c. Tunjukkan bahwa variabel X adalah suatu variabel acak!
   d. Tunjukkan bahwa X adalah suatu variabel acak diskrit!
   e. Buatlah tabel distribusi peluangnya!
2. Berdasarkan soal nomor 1.
   a. Dari tabel distribusi peluang pada soal nomor 1.e di atas, periksalah apakah fungsi yang terbentuk adalah fungsi peluang atau bukan!
   b. Tentukan fungsi distribusi $F(x)$ untuk variabel acak X yang menyatakan banyak kejadian terjualnya buah melon!
3. Masa penulisan suatu buku teks dinyatakan dengan X dan dilukiskan dengan fungsi densitas eksponensial $f(x) = e^{-x}$, $x \ge 0$, dalam bulan dan e = 2,7183. Tentukan peluang buku teks selesai dalam waktu antara 2,5 sampai 4 bulan, lebih dari 4 bulan, dan tentukan pula rata-rata masa penulisan buku teks!
4. Jelaskan manakah variabel yang memenuhi model fungsi binomial!
   a. Berat bayi dalam kilogram
   b. Banyaknya penumpang kereta api tiap menit
   c. Waktu tunggu pesawat
   d. Rata-rata pengangguran dalam tiap 100 orang
   e. Masa pakai lampu bergaransi

Buah Kupa

Kupa atau Gawok merupakan jenis jambu-jambuan, dapat dimakan segar, dirujak maupun bahan pembuat sirup

Unit 2.

PELUANG DALAM JUAL BELI BUAH

Sumber: *https://www.aktual.com/wp-content/uploads/2016/03/durian-fair-2016.jpg*

Gambar 5. Durian Fair 2016, Palembang

Saat calon pembeli menghampiri pedagang pada percobaan jual beli durian, akan ada dua kemungkinan kejadian yaitu durian terjual atau durian tidak terjual. Dua kejadian tersebut tidak dapat terjadi secara bersamaan dalam satu kali percobaan jual beli durian, jika yang terjadi adalah durian tidak terjual maka kejadian durian terjual tidak akan terjadi. Selain pada percobaan jual beli durian, sebenarnya kita sering menemui percobaan yang memiliki dua kemungkinan kejadian atau dua hasil yang mungkin, misalnya seorang ibu yang mengandung memiliki dua kemungkinan jenis kelamin bayinya saat dilahirkan yaitu laki-laki atau perempuan, siswa yang mengikuti suatu ujian maka hanya ada dua kemungkinan hasil yaitu sukses atau gagal. Contoh lainnya yaitu pada percobaan pelemparan uang logam maka hanya ada dua kemungkinan yaitu muncul sisi angka atau gambar.

Percobaan acak dengan hanya dua hasil yang mungkin ini disebut percobaan **Bernoulli**. Nama ini diambil dari nama penemunya, seorang ahli matematika berkebangsaan Swiss, yaitu James Bernoulli (1654-1705). Suatu eksperimen yang terdiri atas percobaan Bernoulli yang diulang sebanyak n kali dengan pengembalian disebut eksperimen binomial. Variabel acak binomial adalah variabel acak X yang menampilkan banyak sukses dalam n percobaan bebas yang merupakan suatu variabel acak diskrit yang bisa bernilai 0, 1, 2, 3, 4, …, n. Distribusi Peluangnya disebut sebagai **peluang binomial** atau **distribusi binomial**.

A. Syarat dan Ciri-Ciri Distribusi Binomial

Pada umumnya, suatu eksperimen atau percobaan dapat dikatakan eksperimen atau percobaan binomial apabila memenuhi beberapa syarat berikut:

1. Setiap percobaan memiliki dua macam kejadian yang bersifat saling meniadakan (*mutually exclusive*),
2. Dalam setiap percobaan hasilnya dapat dibedakan, yaitu berhasil atau gagal,
3. Peluang kejadian berhasil dinyatakan dengan huruf p, sedangkan Peluang gagal dinyatakan dengan huruf q, dimana $p + q = 1$ atau $q = 1 - p$, dan
4. Masing-masing percobaan merupakan peristiwa yang bersifat bebas, yaitu peristiwa yang satu tidak dapat mempengaruhi peristiwa yang lain.

Sebagai contoh, pada percobaan pelemparan sebuah dadu, jika kejadian muncul mata dadu 3 adalah sukses maka kejadian tidak muncul mata dadu 3 adalah gagal. P(sukses) $= p = \frac{1}{6}$ dan P(gagal) $= q = 1 - p = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Suatu eksperimen binomial memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

1. Binomial, *bi* berarti dua sedangkan *nomial* berarti kondisi. Jadi, binomial dapat diartikan sebagai suatu kejadian dengan dua kondisi. Kondisi pertama disebut sukses, kondisi kedua disebut gagal.
2. Peluang satu peristiwa adalah tetap atau sama untuk setiap percobaan, artinya peluang kejadian muncul mata dadu 3 selalu sama untuk percobaan pertama, kedua, ketiga dan seterunya, yaitu $\frac{1}{6}$. Begitu juga peluang kejadian tidak muncul mata dadu 3 selalu sama untuk setiap percobaan yaitu $\frac{5}{6}$.
3. Percobaannya bersifat independen, artinya peristiwa dari suatu percobaan tidak mempengaruhi atau dipengaruhi peristiwa dalam percobaan lainnya. Dengan kata lain, masing-masing percobaan bebas satu sama lainnya.
4. Jumlah atau banyaknya percobaan yang merupakan komponen percobaan binomial sudah tertentu (ditentukan).

Apabila suatu eksperimen memiliki ciri-ciri tersebut maka eksperimen tersebut disebut eksperimen binomial. Agar lebih memahami konsep distribusi binomial, perhatikan contoh soal 1.4 di bawah ini.

Buah Dewandaru

mirip cermai, hanya saja akan berubah warna mendekati masa siap petik, mulai dari hijau-kuning-oranye-hingga merah tua saat matang. Pada Tahun 2019 harganya mencapai Rp.100.000/kg

Contoh Soal 1.4

Pada eksperimen jual beli buah anggur dengan pembeli sebanyak 5 orang. Karena adanya faktor musim panen buah anggur yang melimpah ruah menyebabkan harga jual anggur menurun sehingga peluang terjualnya buah anggur meningkat menjadi 0,6. Misal kita tertarik untuk menentukan Peluang terjualnya buah anggur sebanyak 4 kali dari 5 kali percobaan jual beli buah anggur tersebut. Apakah eksperimen tersebut termasuk eksperimen binomial? Berikan alasanmu!

Penyelesaian:

Suatu eksperimen dapat dikatakan eksperimen binomial jika terpenuhinya keempat ciri eksperimen binomial (baca kembali ciri-ciri eksperimen binomial).

1. Pertama, hasil percobaan hanya dua kemungkinan yaitu kejadian buah anggur terjual atau tidak terjual. Jika kejadian buah anggur terjual (T) dianggap sukses, maka kejadian buah anggur tidak terjual (TT) dianggap gagal.
2. Kedua, Peluang sukses = P (buah anggur terjual) = p = 0,6 maka probabiltas gagal $q = 1 - p = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$. Nilai p adalah sama untuk percobaan 1, 2, 3, 4 dan 5.
3. Ketiga, peristiwa percobaan pembeli pertama tidak mempengaruhi peristiwa pada percobaan untuk pembeli ke-2, ke-3, ke-4, dan ke-5, begitu juga sebaliknya.
4. Keempat, percobaan jual beli buah anggur dilakukan sebanyak 5 kali terhadap 5 orang pembeli, artinya banyak percobaan sudah tertentu yaitu 5 kali.

Karena keempat ciri eksperimen binomial telah terpenuhi, maka eksperimen jual beli buah anggur yang dilakukan sebanyak 5 kali terhadap 5 orang pembeli dengan menganggap kejadian buah anggur terjual sebagai kejadian sukses termasuk eksperimen binomial.

B. Rumus Distribusi Peluang Binomial

Lihat kembali contoh soal 1.4, pada eksperimen jual beli buah anggur dengan pembeli sebanyak 5 orang. Karena adanya faktor musim panen buah anggur yang melimpah ruah menyebabkan harga jual buah anggur menurun sehingga peluang terjualnya buah anggur meningkat menjadi 0,6. Jika ingin dicari peluang terjualnya buah anggur sebanyak 4 kali dari 5 kali percobaan jual beli buah anggur tersebut maka ada 5 cara kemungkinan kita memperoleh 4 kali kejadian buah anggur terjual (T) yang dinyatakan dengan urutan-urutan sebagai berikut:

Kemungkinan 1: $T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad TT_5$
Kemungkinan 2: $T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad TT_4 \quad T_5$
Kemungkinan 3: $T_1 \quad T_2 \quad TT_3 \quad T_4 \quad T_5$
Kemungkinan 4: $T_1 \quad TT_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5$
Kemungkinan 5: $TT_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5$

Buah Mundu
Mundu dikenal juga dengan nama apel jawa

Karena tiap kejadian adalah saling bebas, peluang kejadian bersama seperti ini ditentukan dengan peluang irisan.

Untuk kemungkinan 1: $P(T_1 \cap T_2 \cap T_3 \cap T_4 \cap TT_5) = P(T_1).\ P(T_2).\ P(T_3).\ P(T_4).\ P(TT_5)$
$= 0{,}6 \times 0{,}6 \times 0{,}6 \times 0{,}6 \times 0{,}4$
$= 0{,}6^4 \times 0{,}4^1$

Untuk kemungkinan 2: $P(T_1 \cap T_2 \cap T_3 \cap TT_4 \cap T_5) = P(T_1).\ P(T_2).\ P(T_3).P(TT_4).\ P(T_5)$
$= 0{,}6 \times 0{,}6 \times 0{,}6 \times 0{,}4 \times 0{,}6$
$= 0{,}6^4 \times 0{,}4^1$

Lakukan perhitungan yang sama untuk kemungkinan 3, 4 dan 5. Berdasarkan hasil perhitungan peluang kejadian untuk kemungkinan 1, 2, 3, 4, dan 5 kita memperoleh hasil yang sama untuk peluang 4 kali kejadian buah anggur terjual dari 5 orang pembeli yaitu $0{,}6^4 \times 0{,}4^1$. Jadi, peluang kejadian terjualnya buah anggur 4 kali dari 5 orang pembeli adalah:

$$P(X = 4, n = 5) = \left(\begin{array}{c}\text{Banyak susunan cara berbeda}\\ \text{kejadian buah anggur terjual}\\ \text{sebanyak 4 kali dari 5 pembeli}\end{array}\right) \times \left(\begin{array}{c}\text{Peluang muncul 4 kali}\\ \text{kejadian anggur terjual}\\ \text{untuk 1 kemungkinan}\end{array}\right)$$

$$P(X = 4, n = 5) = (5)\ .\ (0{,}6^4\ .\ 0{,}4^1) \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Ayo Ingat Kembali!

Selain dengan menggunakan cara menyusun satu-persatu titik sampel yang mungkin dari suatu variabel, kita dapat menggunakan rumus kombinasi untuk menentukan banyak cara berbeda menyusun kejadian terjualnya buah anggur sebanyak 4 kali dari 5 kali percobaan. Banyak cara menyusun kejadian terjual buah anggur dengan x adalah kejadian terjual buah anggur sebanyak n kali percobaan ulang dapat ditulis menjadi:

$$\mathbf{C(n,\ x) = \frac{n!}{x!\ (n - x)!}}$$

Apabila kita substitusikan dengan nilai yang diketahui maka menjadi seperti di bawah ini.

$$C(n,\ x) = \frac{5!}{4!\ (5-4)!} = \frac{5!}{4!\ 1!} = \frac{5\ .\ 4!}{4!\ 1!} = 5$$

Persamaan 4.12 dapat dituliskan menjadi:

$$P(X = 4, n = 5) = C(n,\ x)\ .\ (p^4\ .\ q^1) \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

Sehingga secara umum kita dapat merumuskan peluang x sukses dari n percobaan sebagai:

$$P(x, n) = C(n, x) \,.\, (p^x \,.\, q^{\,n-x}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

dengan P = peluang binomial
x = banyak kejadian sukses
n = banyak percobaan
C = kombinasi
p = peluang kejadian sukses
q = peluang kejadian gagal

Buah Matoa
Merupakan tanaman buah khas Papua, berbuah sekali dalam setahun.

Contoh Soal 1.5

Pada eksperimen jual beli buah kurma dengan pembeli sebanyak 6 orang dikarenakan adanya faktor puasa ramadhan, buah kurma yang menjadi salah satu kebutuhan utama saat berbuka puasa membuat peluang terjualnya buah kurma meningkat menjadi 0,6. Berapakah peluang terjualnya buah kurma sebanyak 4 kali dari 6 kali percobaan jual beli buah kurma tersebut?

Penyelesaian:

Kita dapat menggunakan rumus $P(x, \text{n}) = C(\text{n}, x) \,.\, (p^x \,.\, q^{\,\text{n}-x})$ dengan x merupakan banyaknya kejadian terjual buah kurma yaitu sebesar 4, n merupakan banyaknya percobaan jual beli buah kurma yaitu 6 kali, p adalah peluang terjualnya kurma sebesar 0,6, q peluang tidak terjual kurma sebesar 0,4, dan C merupakan kombinasi susunan 4 kejadian terjualnya kurma yang diperoleh dengan rumus:

$$\mathbf{C(n,}\ \boldsymbol{x}\mathbf{)} = \frac{\mathbf{n!}}{\boldsymbol{x}\mathbf{!\ (n - }\boldsymbol{x}\mathbf{)!}}$$

Apabila kita substitusikan dengan nilai yang diketahui maka diperoleh:

$$C(\text{n}, x) = \frac{6!}{4!\,(6-4)!} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!\,2!} = \frac{30}{2} = 15$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} P(x, \text{n}) &= C(\text{n}, x) \,.\, (p^x \,.\, q^{\,\text{n}-x}) \\ &= 15 \,.\, (0{,}6^4 \,.\, 0{,}4^{6-4}) \\ &= 15 \,.\, (0{,}6^4 \,.\, 0{,}4^2) \end{aligned}$$

= 15 . (0,1296 . 0,16)
= 15 . 0,020736
= 0,31104

Jadi, peluang terjualnya buah kurma sebanyak 4 kali dari 6 kali percobaan jual beli adalah sebesar 0,31104.

C. Peluang Binomial Kumulatif

Buah Gandaria
Tumbuh di daerah Tropis dan dibudidayakan di Sumatera

Pada sub-unit 2.B kita telah mempelajari distribusi binomial tepat x sukses, misalnya peluang kejadian terjualnya buah kurma sebanyak 4 kali dari 6 kali percobaan jual beli. Selanjutnya dibahas mengenai fungsi distribusi binomial kumulatif yang mengandung kata kunci "paling banyak", "paling sedikit", "kurang dari", dan "lebih dari", seperti:

1. Peluang kejadian terjualnya buah jeruk paling banyak 4 kali dari 5 kali percobaan jual beli jeruk,
2. Peluang muncul sisi A (angka) paling banyak 4 kali dari 5 kali pelemparan uang logam,
3. Peluang muncul mata dadu 3 paling sedikit 2 kali dari pelemparan dadu sebanyak 5 kali, dan
4. Peluang muncul mata dadu 6 lebih dari 2 kali dari pelemparan dadu sebanyak 5 kali.

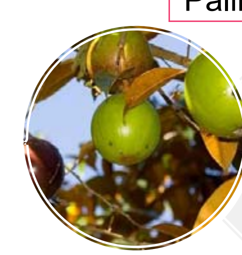
Selain keempat kata kunci di atas, fungsi distribusi kumulatif juga dapat dibentuk dari gabungan 2 kata kunci dari 4 kata kunci tersebut. Misalnya:

1. Peluang kejadian terjualnya buah pir paling banyak 3 kali dan lebih dari 4 kali dari percobaan jual beli buah pir sebanyak 5 kali,
2. Peluang muncul mata dadu 6 paling banyak 4 kali dan lebih dari 2 kali dari pelemparan dadu sebanyak 5 kali, dan
3. Peluang anak laki-laki paling sedikit 1 dan paling banyak 3 dari rencana 5 anak suatu keluarga.

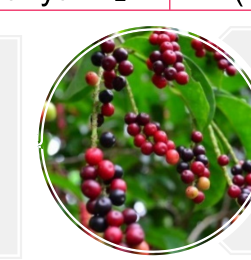
Dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan peluang binomial kumulatif, kita harus tahu dan paham mengenai notasi peluang binomial kumulatif dari masing-masing kata kunci. Notasi Peluang binomial kumulatif dengan beberapa contoh kata kunci dapat dilihat pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3 Notasi Peluang Binomial Kumulatif

Peluang Binomial Kumulatif dengan *n* Kali Percobaan	
Kata Kunci	**Notasi**
Paling banyak	$P(X \le x \mid \text{n})$
Paling sedikit	$P(X \ge x \mid \text{n})$
Kurang dari	$P(X < x \mid \text{n})$
Lebih dari	$P(X > x \mid \text{n})$
Paling sedikit x_1 dan paling banyak x_2	$P(x_1 \le X \le x_2 \mid \text{n})$



Buah Kenitu
Kenitu atau Genitu Dikenal juga dengan sawo duren karena pohonnya mirip pohon durian



Buah Buni
Buah buni yang matang bisa langsung dimakan atau dibuat selai. biasanya dijadikan rujak uleg karena rasanya yang manis dan segar

Contoh Soal 1.6

Dari 5 kali percobaan jual beli buah apel, tentukan peluang:

a. 2 kali terjual buah apel
b. Lebih banyak terjual dari pada tidak terjual
c. Terjual paling sedikit 2 dan paling banyak 3

Penyelesaian:

- Anggap sukses = terjual buah apel. Kemungkinan terjual buah apel dan tidak terjual buah apel adalah sama sehingga peluang sukses = $p = \frac{1}{2}$ dan q = 1 - p diperoleh $q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
- 5 kali percobaan jual beli, artinya $n = 5$

a. Ada 2 kali terjual buah apel, ini berarti banyak sukses $X = 2$ (tepat)
Notasi Peluang tepat 2 kali terjual buah apel adalah $P(X = 2 | n = 5)$

$P(x, n) = C(n, X) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$

$= C(5, 2) \cdot (\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^{5-2}$

$= C(5, 2) \cdot (\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^3$

$= \frac{5!}{2!\,3!} \cdot (\frac{1}{2})^5$

$= \frac{5.4.3!}{2 \times 1\,.\,3!} \cdot \frac{1}{32}$

$= \frac{20}{2.1} \cdot \frac{1}{32}$

$= \frac{10}{32}$

$= \frac{5}{16}$

Jadi, peluang kejadian terjual 2 kali dari 5 kali percobaan jual beli buah apel adalah $\frac{5}{16}$.

b. "Lebih banyak terjual dari pada tidak terjual", pernyataan ini ekuivalen dengan terjual buah apel paling sedikit 3. Ini berarti $X \geq 3$
Notasi peluang terjual paling sedikit 3 adalah $P(X \geq 3 | n = 5)$

$P(x, n) = C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$

$P(X \geq 3 | n = 5) = P(X = 3 | n = 5) + P(X = 4 | n = 5) + P(X = 5 | n = 5)$

$= (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^{5-3}) + (C(5, 4) \cdot (\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^{5-4}) + (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{1}{2})^{5-5})$

$= (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^2) + (C(5, 4) \cdot (\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^1) + (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{1}{2})^0)$

$= (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^5) + (C(5, 4) \cdot (\frac{1}{2})^5) + (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^5)$

$= \frac{5!}{3!\,2!} (\frac{1}{2})^5 + \frac{5!}{4!\,1!} (\frac{1}{2})^5 + \frac{5!}{5!\,0!} (\frac{1}{2})^5$

$= \frac{5.4.3!}{3!\,2.1} (\frac{1}{2})^5 + \frac{5.4!}{4!\,1} (\frac{1}{2})^5 + \frac{5!}{5!\,1} (\frac{1}{2})^5$

$= 10 (\frac{1}{2})^5 + 5 (\frac{1}{2})^5 + 1 (\frac{1}{2})^5$

$= 16 (\frac{1}{2})^5$

$= 16 (\frac{1}{32})$

$= \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

Jadi, peluang lebih banyak terjual buah apel dari pada tidak terjual buah apel adalah $\frac{1}{2}$.

c. Terjual paling sedikit 2 dan tidak lebih dari 3, pernyataan ini ekuivalen dengan anak laki-laki paling sedikit 2 dan paling banyak 3. Ini berarti $2 \leq X \leq 3$
Notasi peluang terjual buah apel paling sedikit 2 dan paling banyak 3 adalah $P(2 \leq X \leq 3 | n = 5)$.

$P(x, n) = C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$

$P(2 \leq X \leq 3 | n = 5) = P(X = 2 | n = 5) + P(X = 3 | n = 5)$

$= (C(5, 2) \cdot (\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^{5-2}) + (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^{5-3})$

$= (C(5, 2) \cdot (\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^3) + (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^2)$

$= (C(5, 2) \cdot (\frac{1}{2})^5) + (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^5)$

$= \frac{5!}{2!\,3!} (\frac{1}{2})^5 + \frac{5!}{3!\,2!} (\frac{1}{2})^5$

$= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1\,.\,3!} (\frac{1}{2})^5 + \frac{5.4.3!}{3!\,.\,2 \times 1} (\frac{1}{2})^5$

$= 10 (\frac{1}{2})^5 + 10 (\frac{1}{2})^5$

$= 20 (\frac{1}{2})^5$

$= 20 (\frac{1}{32})$

$= \frac{20}{32} = \frac{5}{8}$

Jadi, terjual buah apel paling sedikit 2 dan tidak lebih dari 3 adalah $\frac{5}{8}$.

Buah Carica
Dikenal juga dengan Pepaya Dieng. dagingnya keras, berwarna kuning jingga, rasanya agak asam tetapi harum

Contoh Soal 1.7

Keluarga Hendra berencana memiliki 5 orang anak. Tentukan peluang bahwa:

a. Ada tiga anak laki-laki
b. Lebih banyak anak laki-laki dari pada anak perempuan
c. Anak laki-laki paling sedikit 1 dan paling banyak 3

Penyelesaian:

- Anggap sukses = memiliki anak laki-laki. Kemungkinan memiliki anak laki-laki dan anak perempuan adalah sama sehingga peluang sukses = $p = \frac{1}{2}$ dan $q = 1 - p$ diperoleh $q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
- Keluarga Hendra berencana memiliki 5 orang anak, artinya $n = 5$

a. Ada tiga anak laki-laki, ini berarti banyak sukses $X = 3$ (tepat)
Notasi peluang tepat 3 anak laki-laki adalah $P(X = 3 | n = 5)$

$$\begin{aligned}
P(x, n) &= C(n, X) \cdot (p^x \cdot q^{n-x}) \\
&= C(5, 3) \cdot (\tfrac{1}{2})^3 \cdot (\tfrac{1}{2})^{5-3} \\
&= C(5, 3) \cdot (\tfrac{1}{2})^3 \cdot (\tfrac{1}{2})^2 \\
&= \frac{5!}{3!\,2!} \cdot (\tfrac{1}{2})^5 \\
&= \frac{5.4.3!}{3!\,2.1} \cdot \frac{1}{32} \\
&= \frac{20}{2.1} \cdot \frac{1}{32} \\
&= \frac{10}{32} = \frac{5}{16}
\end{aligned}$$

Jadi, peluang memiliki 3 anak laki-laki dari 5 anak adalah $\frac{5}{16}$

b. Lebih banyak anak laki-laki daripada anak perempuan, pernyataan ini ekuivalen dengan anak laki-laki paling sedikit 3. Ini berarti $X \geq 3$
Notasi peluang anak laki-laki paling sedikit 3 adalah $P(X \geq 3 | n = 5)$

$$\begin{aligned}
P(x, n) &= C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x}) \\
P(X \geq 3 | n = 5) &= P(X = 3 | n = 5) + P(X = 4 | n = 5) + P(X = 5 | n = 5) \\
&= (C(5, 3) \cdot (\tfrac{1}{2})^3 \cdot (\tfrac{1}{2})^{5-3}) + (C(5, 4) \cdot (\tfrac{1}{2})^4 \cdot (\tfrac{1}{2})^{5-4}) + (C(5, 3) \cdot (\tfrac{1}{2})^5 \cdot (\tfrac{1}{2})^{5-5}) \\
&= (C(5, 3) \cdot (\tfrac{1}{2})^3 \cdot (\tfrac{1}{2})^2) + (C(5, 4) \cdot (\tfrac{1}{2})^4 \cdot (\tfrac{1}{2})^1) + (C(5, 3) \cdot (\tfrac{1}{2})^5 \cdot (\tfrac{1}{2})^0) \\
&= (C(5, 3) \cdot (\tfrac{1}{2})^5) + (C(5, 4) \cdot (\tfrac{1}{2})^5) + (C(5, 3) \cdot (\tfrac{1}{2})^5) \\
&= \frac{5!}{3!\,2!} \; (\tfrac{1}{2})^5 + \frac{5!}{4!\,1!} \; (\tfrac{1}{2})^5 + \frac{5!}{5!\,0!} \; (\tfrac{1}{2})^5 \\
&= \frac{5.4.3!}{3!\,2.1} \; (\tfrac{1}{2})^5 + \frac{5.4!}{4!\,1} \; (\tfrac{1}{2})^5 + \frac{5!}{5!\,1} \; (\tfrac{1}{2})^5 \\
&= 10\,(\tfrac{1}{2})^5 + 5\,(\tfrac{1}{2})^5 + 1\,(\tfrac{1}{2})^5 \\
&= 16\,(\tfrac{1}{2})^5 \\
&= 16\,(\tfrac{1}{32}) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Jadi, peluang lebih banyak anak laki-laki daripada anak perempuan adalah $\frac{1}{2}$

c. Anak laki-laki paling sedikit 1 dan tidak lebih dari 2, pernyataan ini ekuivalen dengan anak laki-laki paling sedikit 1 dan paling banyak 2. Ini berarti $1 \leq X \leq 2$
Notasi peluang anak laki-laki paling sedikit 1 dan paling banyak 2 adalah $P(1 \leq X \leq 2 | n = 5)$.

$$\begin{aligned}
P(x, n) &= C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x}) \\
P(1 \leq X \leq 2 | n = 5) &= P(X = 1 | n = 5) + P(X = 2 | n = 5) \\
&= (C(5, 1) \cdot (\tfrac{1}{2})^1 \cdot (\tfrac{1}{2})^{5-1}) + (C(5, 2) \cdot (\tfrac{1}{2})^2 \cdot (\tfrac{1}{2})^{5-2}) \\
&= (C(5, 1) \cdot (\tfrac{1}{2})^1 \cdot (\tfrac{1}{2})^4) + (C(5, 2) \cdot (\tfrac{1}{2})^2 \cdot (\tfrac{1}{2})^3) \\
&= (C(5, 1) \cdot (\tfrac{1}{2})^5) + (C(5, 2) \cdot (\tfrac{1}{2})^5) \\
&= \frac{5!}{1!\,4!} \; (\tfrac{1}{2})^5 + \frac{5!}{2!\,3!} \; (\tfrac{1}{2})^5 \\
&= \frac{5.4!}{1.4!} \; (\tfrac{1}{2})^5 + \frac{5.4.3!}{2.1.3!} \; (\tfrac{1}{2})^5 \\
&= 5\,(\tfrac{1}{2})^5 + 10\,(\tfrac{1}{2})^5 \\
&= 15\,(\tfrac{1}{2})^5 \\
&= 15\,(\tfrac{1}{32}) \\
&= \frac{15}{32}
\end{aligned}$$

Jadi, peluang anak laki-laki paling sedikit 1 dan tidak lebih dari 2 adalah $\frac{15}{32}$.

D. Rata-Rata, Varians, dan Simpangan Baku Distribusi Binomial

Nilai rata-rata, varians, dan simpangan baku distribusi binomial pada dasarnya ditentukan oleh berbagai macam peristiwa yang dihasilkan dari percobaan binomial, terutama peluang keberhasilan atau kegagalannya. Rata-rata, varians, dan simpangan baku suatu populasi secara berurutan disimbolkan dengan μ, σ^2, dan σ. Kita misalkan hasil percobaan ke i dinyatakan peubah acak X_i dengan peluang p keberhasilan $X_i = 1$ dan peluang q kegagalan $X_i = 0$. Suatu percobaan binomial banyaknya kejadian sukses dituliskan sebagai jumlah n peubah acak bebas:

$$X_i = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$$

Nilai harapan setiap X_i adalah $\mathcal{E}(X_i) = 1\ (p) + 0\ (q) = p$ sehingga rata-rata suatu populasi distribusi binomial dapat dinyatakan sebagai perkalian n percobaan dengan peluang percobaan.

$$\begin{aligned} \mu &= \mathcal{E}(X) = \mathcal{E}(x_1) + \mathcal{E}(x_2) + \ldots + \mathcal{E}(x_n) \\ &= p + p + \ldots + p \end{aligned}$$

$$\mu = n.p \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (15)$$

Sementara besarnya varians distribusi binomial dapat dicari dari hubungan berikut. Varians populasi (σ^2) untuk setiap X_i adalah:

$$\begin{aligned} \sigma^2{}_{x_i} &= \mathcal{E}[(x_i - p)^2] \\ \sigma^2{}_{x_i} &= \mathcal{E}[x_i^2 - 2p.\ x_i + p^2] \\ &= \mathcal{E}(x_i^2) - (2p.\ \mathcal{E}(x_i)) + p^2 \quad \ldots \text{ karena } \mathcal{E}(X_i) = 1\ (p) + 0\ (q) = (1)\ p \text{ maka} \\ &= (1)^2 p - (2\ p.\ (1)p) + p^2 \\ &= p - 2\ p^2 + p^2 \\ &= p - p^2 \\ &= p\ (1 - p) \quad \ldots\ldots\ldots \text{ karena } 1 - p = q \text{ maka} \\ \sigma^2{}_{x_i} &= p\ .\ q \end{aligned}$$

Dengan demikian, total varians populasi distribusi binomial dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \sigma^2{}_{x_1} + \sigma^2{}_{x_2} + \ldots + \sigma^2{}_{x_n} \\ &= p.q + p.q + \ldots + p.q \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = n.p.q \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (16)$$

berdasarkan persamaan (4.18) maka simpangan bakunya adalah:

$$\sigma = \sqrt{n.p.q} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (17)$$

Contoh Soal 1.8

Menurut penelitian, peluang seseorang untuk sembuh dari penyakit antraks dengan pemberian obat tertentu adalah sebesar 60%. Jika diambil 10 orang yang terjangkit secara acak, hitunglah rata-rata, varians, dan simpangan baku pasien sembuh!

Penyelesaian:

✓ Diambil 10 orang yang terjangkit penyakit antraks, artinya n = 10

✓ Dianggap sukses = pasien sembuh dari penyakit antraks dengan pemberian obat tertentu = p = 60% = 0.6, akibatnya $q = 1 - p$ = 40% = 0.4

- Rata-rata $\mu = n.p = 10\ (0.6) = 6$

Jadi, rata-rata diharapkan akan terdapat 6 pasien sembuh dari penyakit antraks dengan pemberian obat tertentu dalam setiap kelompok yang terdiri atas 10 orang.

- Varians $\sigma^2 = n\ .\ p\ .\ q = 10\ .\ (0{,}6)\ .\ (0{,}4) = 2{,}4$

Jadi, diharapkan varians sebesar 2,4 pasien sembuh dari penyakit antraks dengan pemberian obat tertentu dalam setiap kelompok yang terdiri atas 10 orang.

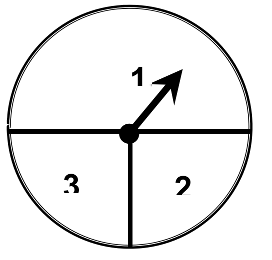
- Simpangan baku, $\sigma = \sqrt{2{,}4} = 1.55$

Jadi, diharapkan simpangan baku sebesar 1,55 pasien sembuh dari penyakit antraks dengan pemberian obat tertentu dalam setiap kelompok yang terdiri atas 10 orang.

Penugasan 2

Tujuan Pembelajaran:

1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan peluang binomial kumulatif.
2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rata-rata, varians, dan simpangan baku distribusi binomial.



Sumber dan Media Pembelajaran:
Modul dan gambar papan berputar.

Langkah-langkah Penugasan:
Amati gambar papan berputar di samping!

Soal Penugasan:

Sebuah papan berputar dibagi atas 3 daerah yang ukurannya seperti pada gambar di samping, ditandai dengan 1, 2, dan 3. Jika papan dirotasi (diputar) 6 kali, tentukan:

1. Peluang jarum menunjuk ke daerah berangka 1 tepat 4 kali.
2. Peluang jarum menunjuk ke daerah berangka 2 lebih dari 3 kali.
3. Rata-rata, varians dan simpangan baku jarum menunjuk ke daerah berangka 3.

Petunjuk Pengerjaan:

Peluang jarum menunjuk ke daerah masing-masing angka dapat ditentukan melalui pengamatan terhadap luas masing-masing daerah pada papan berputar. Papan dirotasi sebanyak 6 kali berarti n = ….

1. Kita dapat memisalkan kejadian sukses adalah jarum menunjuk ke daerah berangka 1 dengan peluang sukses p= …. dan peluang gagal q=1- ….=….
   Jarum menunjuk ke daerah berangka 1 tepat 4 kali berarti X =….
   Setelah semua informasi telah dituliskan, kita dapat menghitung peluang jarum menunjuk ke daerah berangka 1 tepat 4 kali dengan menggunakan rumus
   $$P(x, \text{n}) = C(\text{n}, x) \cdot (p^x \cdot q^{\text{n}-x})$$
2. Kejadian lebih dari 3 kali dengan n=6 notasinya adalah "$P(X>3 \mid 6)$"
3. Kita dapat memisalkan kejadian sukses adalah jarum menunjuk ke daerah berangka 3.

Latihan Soal 2

1. Isilah titik-titik di bawah ini dengan B (benar) atau S (salah) dari pernyataan yang telah disediakan terkait dengan syarat-syarat distribusi binomial.
   a. Variabel acak X menyatakan jumlah total sukses (….)
   b. Peluang sukses adalah tetap (….)
   c. Hasil-hasilnya mungkin sama (….)
   d. Hanya dua hasil yang mungkin (….)
   e. Banyak percobaan adalah tak hingga (….)
2. Pada suatu eksperimen pelemparan sebuah dadu seimbang sebanyak 5 kali, akan ditentukan peluang muncul mata dadu 4 tepat 2 kali. Selidikilah apakah eksperimen tersebut termasuk eksperimen binomial atau bukan!
3. 10% dari semacam benda tergolong ke dalam kategori A.
   sebanyak 10 sampel telah diambil secara acak. Berapa peluang sampel itu akan berisikan benda kategori A:
   a. Semuanya
   b. Lebih dari 7 buah
   c. Paling sedikit sebuah
   d. Tentukan rata-rata, varians dan simpangan baku terdapatnya kategori A

RANGKUMAN

Unit 1

- Variabel dibedakan menjadi variabel acak dan tidak acak. Untuk dapat disebut sebagai sebuah variabel acak, suatu fungsi haruslah memenuhi syarat:
  1. Himpunan $\{X \leq x\}$ merupakan suatu event untuk semua nilai real $-\infty < y < \infty$
  2. $P\{X = -\infty\} = 0$ dan $P\{X = \infty\} = 0$
- Variabel acak dibedakan menjadi variabel acak diskrit dan variabel acak kontinu. Variabel acak dikatakan diskrit apabila variabel acak tersebut memiliki nilai-nilai yang dapat dihitung yang diperoleh dari hasil membilang sedangkan variabel acak dikatakan kontinu apabila variabel acak tersebut memiliki nilai-nilai yang diperoleh dari pengukuran (berupa hasil pengukuran dan waktu).
- Dua syarat yang harus dipenuhi sebagai fungsi peluang yaitu a) $f(x) \geq 0$, untuk setiap nilai y, dan b) $\sum_{i=1}^{n} f(X_i) = 1$
- Terdapat beberapa macam model fungsi variabel acak diantaranya adalah *Gaussian*, Binomial, *Poisson*, *Uniform*, dan Eksponensial dan lain-lain. Model fungsi yang menggunakan variabel acak kontinu yaitu *Gaussian*, *Uniform*, Eksponensial dan lain-lain. Model fungsi yang menggunakan variabel acak diskrit yaitu Binomial.

Unit 2

- Ciri-ciri eksperimen binomial:
  1. Setiap percobaan hanya memiliki dua peristiwa, seperti sukses-gagal.
  2. Peluang satu peristiwa adalah tetap/ sama untuk setiap percobaan.
  3. Masing-masing percobaan bebas satu sama lainnya (independen).
  4. Jumlah atau banyaknya percobaan yang merupakan komponen percobaan binomial sudah tertentu (ditentukan).
- Syarat eksperimen binomial:
  1. Setiap percobaan selalu dibedakan menjadi dua macam kejadian yang bersifat saling meniadakan (*mutually exclusive*).
  2. Dalam setiap percobaan hasilnya dapat dibedakan, yaitu berhasil atau gagal.
  3. Peluang kejadian berhasil dinyatakan dengan huruf p, sedangkan Peluang gagal dinyatakan dengan huruf q, dimana $p + q = 1$ atau $q = 1 - p$.
  4. Masing-masing percobaan merupakan peristiwa yang bersifat bebas, yaitu peristiwa yang satu tidak dapat mempengaruhi peristiwa yang lain.
- Pada distribusi binomial, Peluang x sukses dari n percobaan ulang, secara umum dapat dirumuskan oleh: $P(x, \text{n}) = C(\text{n}, x) \cdot (p^x \cdot q^{\text{n}-x})$ dimana $C(\text{n}, x) = \dfrac{\text{n}!}{x!(\text{n}-x)!}$
- Rata-rata, varians dan simpangan baku distribusi binomial dapat dicari berdasarkan distribusi Peluangnya dengan pendekatan sebagai berikut:
  Rata-rata, $\mu = \text{n}.p$
  Varians, $\sigma^2 = \text{n}.p.q$
  Simpangan baku, $\sigma = \sqrt{\text{n}.p.q}$

PENILAIAN AKHIR MODUL 14

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

1. Suatu besaran yang memiliki lebih dari satu nilai disebut…
   a. Percobaan   c. Konstanta   e. Binomial
   b. Eksperimen   d. Variabel

2. Di bawah ini merupakan variabel acak yang bersifat diskrit yaitu…
   a. Panjang bayi dalam cm
   b. Banyaknya penonton film Dilan 1990
   c. Waktu tunggu servis komputer
   d. Lama pembuatan film
   e. Masa pakai lampu bergaransi

3. Seorang pasangan suami istri merencanakan memiliki 3 orang anak. Keduanya menginginkan anak berjenis kelamin laki-laki. Peluang pasangan suami istri memiliki paling sedikit 2 anak laki-laki adalah…
   a. $\frac{1}{8}$ b. $\frac{2}{8}$ c. $\frac{4}{8}$ d. $\frac{5}{8}$ e. $\frac{7}{8}$

Untuk soal nomor 4 dan 5

Di bawah ini adalah hasil pengamatan tentang banyak sepeda motor yang melewati tikungan maut setiap 2 menitnya.

Banyak sepeda motor	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Peluang	0,01	0,05	a	0,28	0,22	0,18	0,08	0,05	0,03

4. Jika tabel di atas membentuk sebuah fungsi peluang, maka nilai a adalah….
   a. 0,05   b. 0,10   c. 0,15   d. 0,20   e. 0,25

5. Peluang dalam 50 menit paling sedikit ada 4 sepeda motor yang melewati tikungan maut adalah…
   a. 20   b. 11   c. 12   d. 13   e. 14

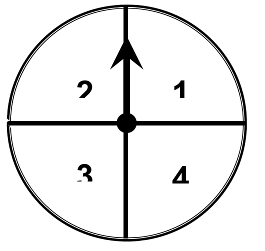
6. Pernyataan yang bukan syarat dari suatu distribusi binomial adalah ….
   a. Peluang sukses adalah tetap
   b. Hanya dua hasil yang mungkin
   c. Banyak percobaan adalah tertentu
   d. Hasil-hasilnya mungkin sama
   e. Variabel acak X menyatakan jumlah total sukses

7. Pada suatu distribusi binomial ….
   a. n dianggap bilangan bulat antara 1 sampai 100
   b. p harus kelipatan dari 0,1
   c. harus ada sedikitnya 2 kemungkinan hasil
   d. $p + q = 1$
   e. jawaban a, b, c, dan d salah.

8. Peluang seorang bayi tidak diimunisasi polio adalah 0,2. Pada suatu hari, di Puskesmas Setia ada 4 orang bayi. Peluang dari bayi tersebut 3 orang belum diimunisasi polio adalah…. (Kanginan, Nurdiansyah, & Akhmad, 2016)
   a. 0,0128   c. 0,0512   e. 0,2480
   b. 0,0256   d. 0,1240

9. Sebuah koin dilemparkan 5 kali. Peluang mendapatkan sisi gambar tepat 3 kali adalah ….
   a. $\frac{3}{16}$ b. $\frac{4}{16}$ c. $\frac{5}{16}$ d. $\frac{6}{16}$ e. $\frac{7}{16}$

10. Sebuah papan berputar dibagi atas 4 daerah yang ukurannya sama, ditandai dengan 1, 2, 3, dan 4. Jika papan dirotasi (diputar) 4 kali, maka Peluang jarum menunjuk ke daerah berangka 1 sebanyak satu kali adalah ….



   a. 0,358   d. 0,684
   b. 0,422   e. 0,844
   c. 0,594

11. Suatu koin dilemparkan 6 kali. Peluang paling sedikit 4 kali muncul sisi angka adalah …. (Kanginan, Nurdiansyah, & Akhmad, 2016)
   a. $\frac{4}{32}$ b. $\frac{7}{32}$ c. $\frac{8}{32}$ d. $\frac{11}{32}$ e. $\frac{15}{32}$

12. Peluang muncul mata dadu 6 sebanyak 8 buah dalam pelemparan 10 buah dadu sekaligus adalah ….
   a. $\frac{45}{6^{10}}$ b. $\frac{90}{6^{10}}$ c. $\frac{450}{6^{10}}$ d. $\frac{1.125}{6^{10}}$ e. $\frac{2.250}{6^{10}}$

13. Sebuah koin seimbang dilemparkan 8 kali. Peluang bahwa lebih banyak sisi gambar yang muncul daripada sisi angkanya adalah …. (Kanginan, Nurdiansyah, & Akhmad, 2016)
   a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{87}{256}$ d. $\frac{23}{64}$ e. $\frac{93}{256}$

14. Sebuah dadu dilemparkan sebanyak 6 kali. Peluang munculnya angka yang lebih besar atau sama dengan 5 dalam minimal 5 kali pelemparan adalah ….
(Kanginan, Nurdiansyah, & Akhmad, 2016)
a. $\frac{87}{256}$ b. $\frac{13}{729}$ c. $\frac{12}{729}$ d. $\frac{3}{729}$ e. $\frac{2}{729}$

15. Menurut penelitian, peluang seseorang untuk sembuh dari suatu penyakit dengan pemberian obat tertentu adalah sebesar 80%. Jika diambil 100 orang yang terjangkit secara acak, rata-rata dan simpangan baku pasien sembuh berturut-turut adalah….
a. 80 dan 8 b. 80 dan 4 c. 80 dan 0,8 d. 8 dan 4 e. 8 dan 0,4

KUNCI JAWABAN DAN PENSKORAN

Kunci Jawaban Latihan Soal 1

Nomor Soal	Deskripsi Jawaban	Skor
1	a. Ruang sampel	

Pembeli ke-1	Pembeli ke-2	Pembeli ke-3	Pembeli ke-4	Ruang sampel	Range	Skor
B	B	B	B	BBBB	4	
			T	BBBT	3	1
		T	B	BBTB	3	
			T	BBTT	2	
	T	B	B	BTBB	3	
			T	BTBT	2	1
		T	B	BTTB	2	
			T	BTTT	1	
T	B	B	B	TBBB	3	
			T	TBBT	2	1
		T	B	TBTB	2	
			T	TBTT	1	
	T	B	B	TTBB	2	
			T	TTBT	1	1
		T	B	TTTB	1	
			T	TTTT	0	
				16 ruang sampel		

b. $P(X = 0) = \frac{n(X=0)}{n(S)} = \frac{1}{16}$ — 1

$P(X = 1) = \frac{n(X=1)}{n(S)} = \frac{4}{16}$ — 1

$P(X = 2) = \frac{n(X=2)}{n(S)} = \frac{6}{16}$ — 1

$P(X = 3) = \frac{n(X=3)}{n(S)} = \frac{4}{16}$ — 1

$P(X = 4) = \frac{n(X=4)}{n(S)} = \frac{1}{16}$ — 1

c. Untuk dapat disebut sebagai sebuah variabel acak, suatu fungsi haruslah memenuhi syarat a) himpunan $\{X \le x\}$

merupakan suatu event untuk semua nilai real $-\infty < y < \infty$ dan b) $P\{X = -\infty\} = 0$ dan $P\{X = \infty\} = 0$. 1

- *Pertama*, variabel X merupakan variabel acak karena nilainya bergantung pada apa yang terjadi pada eksperimen acak yang merupakan bilangan real yang terletak antara $-\infty$ dan ∞. 1
- *Kedua*, peluang variabel acak X dengan nilai $x = -\infty$ adalah 0 karena tidak ada nilai-nilai pada eksperimen yang mewakili nilai negatif tak hingga. Begitupun juga dengan nilai $x = \infty$ yang tidak terdapat nilai-nilai pada eksperimen yang dapat mewakili nilai tak hingga. 2

d. Variabel X bersifat diskrit karena semua nilai-nilai yang dapat diberikan ke variabel X adalah {0, 1, 2, 3, 4} merupakan suatu himpunan berhingga dan dapat dibilang. 2

e. Tabel distribusi peluang 1

$X = x$	0	1	2	3	4	Total
$P(X = x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{16}{16} = 1$

2

a. Dua syarat suatu fungsi disebut fungsi peluang yaitu a) $f(x) \geq 0$, untuk setiap nilai y, dan b) $\sum_{i=1}^{n} f(X_i) = 1$. 1

- Secara jelas syarat (1) yaitu $f(x) \geq 0$ telah terpenuhi untuk setiap nilai X. 1
- Untuk syarat (2) yaitu $\sum_{i=1}^{n} f(X_i) = 1$ kita harus memeriksanya terlebih dahulu. 1

$$\sum_{i=1}^{n} f(X_i) = 1$$

$$f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{16}{16} = 1$$ 1

$\therefore f(x)$ adalah suatu fungsi peluang.

b. Fungsi distribusi $F(x)$ untuk variabel acak X yang menyatakan banyak kejadian lahirnya anak laki-laki bila pasangan suami istri memiliki 4 orang anak

3

$$F(X) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 0 \\ f(0) = \frac{1}{16}, & 0 < x < 1 \\ f(0) + f(1) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} = \frac{5}{16}, & 1 < x < 2 \\ f(0) + f(1) + f(2) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} = \frac{11}{16}, & 2 < x < 3 \\ f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} = \frac{15}{16}, & 3 < x < 4 \\ f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{16}{16} = 1, & 4 < x < \infty \end{cases}$$

1 1 1 1 1 1

$$F(X) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{16}, & 0 < x < 1 \\ \frac{5}{16}, & 1 < x < 2 \\ \frac{11}{16}, & 2 < x < 3 \\ \frac{15}{16}, & 3 < x < 4 \\ 1, & 4 < x < \infty \end{cases}$$

1 1 1 1 1 1

- $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\, dx$ 1
  $= \int_{2,5}^{4} e^{-x}\, dx$ 1
  $= -e^{-x} \Big|_{x=2,5}^{x=4} = -e^{-4} + e^{-2,5}$ 1
  $= -0,0183 + 0,0821 = 0,0638$ 1

  Peluang masa penulisan buku teks antara 2,5 dan 4 bulan adalah 0,0638.

- $P(4 < X < \infty) = \int_a^b f(x)\, dx$ 1
  $= \int_4^{\infty} e^{-x}\, dx$ 1
  $= -e^{-x} \Big|_{x=4}^{x=\infty} = -0 + e^{-4}$ 1
  $= 0,0183$ 1

  Peluang masa penulisan buku teks lebih dari 4 bulan adalah 0,0183.

4

a. Berat bayi dalam kilogram tidak memenuhi model fungsi Binomial karena datanya termasuk variabel acak kontinu. Variabel ini lebih cocok untuk model fungsi *Gaussian*, *Uniform* dll yang menggunakan variabel acak kontinu yang diperoleh dengan mengukur. 2

b. Banyaknya penumpang kerata api tiap menit memenuhi model fungsi Binomial karena variabel acaknya bersifat diskrit yang diperoleh dengan membilang. 2

c. Waktu tunggu pesawat tidak memenuhi model fungsi Binomial karena variabel acaknya bersifat kontinu yang 2

	menunjukkan waktu. Lebih memenuhi untuk model fungsi eksponensial. d. Rata-rata pengangguran dalam tiap 100 orang tidak cocok untuk model fungsi Binomial tetapi lebih memenuhi untuk model fungsi *Poisson*. e. Masa pakai lampu bergaransi tidak memenuhi model fungsi Binomial karena merupakan variabel acak kontinu yang berupa waktu. Lebih cocok menggunakan model fungsi eksponensial.	2 2
	Total Skor Maksimum	**50**

Kunci Jawaban Latihan Soal 2

No Soal	Deskripsi jawaban	Skor
1	a. (B) b. (B) c. (S) d. (B) e. (S)	1 1 1 1 1
2	1. Pertama, hasil percobaan hanya dua kemungkinan yaitu muncul mata dadu 4 dianggap sukses dan muncul mata dadu bukan 4 dianggap gagal. 2. Kedua, Peluang sukses = P(muncul mata dadu 4) = $p = \frac{1}{6}$ maka probabiltas gagal $q = 1 - p = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Nilai p adalah sama untuk percobaan 1, 2, 3, 4 dan 5. 3. Ketiga, peristiwa percobaan 1 tidak mempengaruhi peristiwa pada percobaan 2, 3, 4 dan 5, begitu juga sebaliknya. 4. Keempat, dadu dilemparkan sebanyak 5 kali, artinya banyak percobaan sudah tertentu yaitu 5 kali. Karena keempat ciri eksperimen binomial telah terpenuhi, maka eksperimen pelemparan dadu yang diulang sebanyak 5 kali dengan menganggap muncul mata dadu 4 sebagai sukses termasuk eksperimen binomial	1 1 1 1 1
3	▪ Anggap sukses = terdapat benda tergolong kategori A ▪ Peluang sukses = p = 10% = 0,1 akibatnya $q = 1 - p = 0,9$ ▪ 10 sampel diambil secara acak, berarti n = 10 a. Peluang sampel akan berisi benda kategori A semuanya, notasinya $P(X = 10 \mid n = 10)$ $P(x, n) = C(n, x) . (p^x . q^{n-x})$	1 1 1 1

	$= C(10, 10).(0,1)^{10}.(0,9)^{10-10} = C(10, 10).(0,1)^{10}.(0,9)^0$ $= \frac{10!}{10!\,0!} . (0,1)^{10} . (0,9)^0$ $= 1 . (0,1)^{10} . 1$ $= 0,1^{10} = 10^{-10}$ Sebuah harga yang sangat kecil yang praktis sama dengan 0. Jadi, Peluang sampel akan berisi benda kategori A semuanya adalah 10^{-10} b. Peluang sampel akan berisi benda kategori A lebih dari 8 buah, notasinya $P(X > 8 \mid n = 10)$. $P(x, n) = C(n, x) . (p^x . q^{n-x})$ $P(X > 8 \mid n = 10) = P(X = 9 \mid n = 10) + P(X = 10 \mid n = 10)$ $= C(10, 9)\,(0,1)^9\,(0,9)^{10-9} + C(10, 10)\,(0,1)^{10}\,(0,9)^{10-10}$ $= (C(10, 9)\,(0,1)^9\,(0,9)^1) + (C(10, 10)\,(0,1)^{10}\,(0,9)^{0})$ $= (\frac{10!}{9!\,1!}\,(0,1)^9\,(0,9)^1) + (\frac{10!}{10!\,0!}\,(0,1)^{10}\,(0,9)^0)$ $= (\frac{10.9!}{9!\,.1} . (0,1)^9 . (0,9)^1) + (1 . (0,1)^{10} . 1)$ $= (10\,(0,1)^9\,0,9) + (0,1^{10})$ $= 0,000000009 + 0,0000000001$ $= 0,0000000091$ Jadi, peluang sampel akan berisi benda kategori A lebih dari 8 buah adalah 0,0000000091 c. Peluang sampel akan berisi benda kategori A paling sedikit sebuah, notasinya $P(X \geq 1 \mid n = 10)$. $P(x, n) = C(n, x) . (p^x . q^{n-x})$ $P(X \geq 1 \mid n = 10) = P(X = 1) + P(X = 2) + \ldots + P(X = 10)$ Karena $P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + \ldots + P(X = 10) = 1$ Sehingga yang perlu dicari adalah nilai dari $1 - P(X = 0)$ $P(X = 0) = C(10, 0)\,(0,1)^0\,(0,9)^{10-0} = C(10, 0)\,(0,1)^0\,(0,9)^{10}$ $= \frac{10!}{0!\,10!}\,(0,1)^0\,(0,9)^{10}$ $= (1)\,(1)\,(0,349) = 0,349$ Jadi, peluang dalam sampel itu terdapat paling sedikit sebuah benda kategori A adalah 1 - ,349 = 0,651 d. Rata-rata $\mu = n.p = 10\,(0.1) = 1$ Jadi, rata-rata diharapkan akan terdapat 1 benda termasuk kategori A dalam setiap kelompok yang terdiri atas 10 buah Varians $\sigma^2 = n . p . q = 10 . (0,1) . (0,9) = 0,9$	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1 2

	Jadi, diharapkan ada varians sebesar 0,9 dari benda kategori A dalam setiap kelompok yang terdiri atas 10 buah.	1
	Simpangan baku, $\sigma = \sqrt{0,9} = 0,95$	2
	Jadi, diharapkan ada simpangan baku sebesar 0,95 dari benda kategori A dalam setiap kelompok yang terdiri atas 10 buah.	1
Total Skor Maksimum		**40**

Nilai Latihan Soal 1 = $\dfrac{\textbf{Skor yang Diperoleh}}{\textbf{50}}$ **x 100**

Nilai Latihan Soal 2 = $\dfrac{\textbf{Skor yang Diperoleh}}{\textbf{40}}$ **x 100**

Kunci Jawaban Penilaian Akhir Modul 14

1. **D**
   Pembahasan:
   Variabel adalah suatu besaran yang memiliki lebih dari satu nilai

2. **B**
   Pembahasan:
   Variabel acak dikatakan diskrit apabila variabel acak tersebut memiliki nilai- nilai yang dapat dihitung yang diperoleh dari kegiatan membilang
3. **C**
   Pembahasan:
   Diketahui:
   Pernyataan "paling sedikit 2 anak laki-laki" berarti $X \geq 2$
   n = 3
   p = anak berjenis kelamin laki-laki = $\frac{1}{2}$
   $q = 1 – p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
   Ditanya:
   $P(X \geq 2 \mid n=3)$?
   Dijawab:
   $P(x, n) = C(n, x) . (p^x . q^{n-x})$
   $P(X \geq 2 \mid n=3) = P(X=2) + P(X=3)$
   $= (C(3, 2) . (\frac{1}{2})^2 . (\frac{1}{2})^{3-2}) + (C(3, 3) . (\frac{1}{2})^3 . (\frac{1}{2})^{3-3})$
   $= (\frac{3!}{2!\,1!} (\frac{1}{2})^2 . (\frac{1}{2})^1) + (\frac{3!}{3!\,0!} (\frac{1}{2})^3 . (\frac{1}{2})^0)$
   $= (3 . \frac{1}{4} . \frac{1}{2}) + (1 . \frac{1}{8})$
   $= \frac{1}{2}$

4. **B**
   Pembahasan:
   0,01 + 0,05 + a + 0,28 + 0,22 + 0,18 + 0,08 + 0,05 + 0,03 = 1
   a + 0,9 = 1
   a = 1 – 0,9
   a = 0,1

5. **B**
   Pembahasan:
   Peluang paling sedikit ada 4 sepeda motor yang melewati tikungan maut dalam 2 menit adalah: 0,22 + 0,18 + 0,08 + 0,05 + 0,03 = 0,56
   Jadi, peluang paling sedikit ada 4 sepeda motor yang melewati tikungan maut dalam 50 menit adalah 0,56 x $\frac{50}{2}$ = 14
6. **D**
   Pembahasan:
   Syarat distribusi binomial:
   1. Setiap percobaan memiliki dua macam kejadian yang bersifat saling meniadakan (*mutually exclusive*),
   2. Dalam setiap percobaan hasilnya dapat dibedakan, yaitu berhasil atau gagal,
   3. Peluang kejadian berhasil dinyatakan dengan huruf *p*, sedangkan Peluang gagal dinyatakan dengan huruf *q*, dimana $p + q = 1$ atau $q = 1 – p$,
   4. Masing-masing percobaan merupakan peristiwa yang bersifat bebas, yaitu peristiwa yang satu tidak dapat mempengaruhi peristiwa yang lain.

7. **D**
   Pembahasan:
   Pada suatu distribusi normal berlaku p = 1 – q atau p + q = 1

8. **B**
   Pembahasan:
   Diketahui:
   p = 0,2
   q = 1 – 0,2 = 0,8
   n = 4

$X = 3$

Ditanya:

$P(X = 3 \mid n=4)$?

Dijawab:

$P(x, n) = C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$

$P(X = 3 \mid n=4) = (C(4, 3) \cdot (0,2)^3 \cdot (0,8)^{4-1})$

$= (\frac{4!}{3!\ 1!} \cdot (0,2)^3 \cdot (0,8))$

$= 4 \cdot (0,008) \cdot (0,8)$

$= 0,0256$

9. C

Pembahasan:

Diketahui:

p = peluang muncul sisi gambar = $\frac{1}{2}$

$q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

n = 5

$X = 3$

Ditanya:

$P(X = 3 \mid n=5)$?

Dijawab:

$P(x, n) = C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$

$P(X = 3 \mid n=5) = (C(5, 3) \cdot (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^{5-3})$

$= (\frac{5!}{3!\ 2!} \cdot (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^2)$

$= 10 \cdot (\frac{1}{8}) \cdot (\frac{1}{4})$

$= \frac{5}{16}$

10. B

Pembahasan:

Diketahui:

p = peluang jarum menunjuk ke daerah berangka 1 = $\frac{1}{4}$

$q = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

n = 4

$X = 1$

Ditanya:

$P(X = 1 \mid n=4)$?

Dijawab:

$P(x, n) = C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$

$P(X = 1 \mid n=4) = (C(4, 1) \cdot (\frac{1}{4})^1 \cdot (\frac{3}{4})^{4-1})$

$= (\frac{4!}{1!\ 3!} \cdot (\frac{1}{4})^1 \cdot (\frac{3}{4})^3)$

$= 4 \cdot (\frac{1}{4}) \cdot (\frac{27}{64})$

$= 0,422$

11. D

Pembahasan:

Diketahui:

Pernyataan “paling sedikit 4 kali mucul sisi angka” berarti $X \geq 4$

n = 6

p = peluang muncul sisi angka = $\frac{1}{2}$

$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Ditanya:

$P(X \geq 4 \mid n=6)$?

Dijawab:

$P(x, n) = C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$

$P(X \geq 4 \mid n=6) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$

$= (C(6, 4) \cdot (\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^{6-4}) + (C(6, 5) \cdot (\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{1}{2})^{6-5}) +$

$(C(6, 6) \cdot (\frac{1}{2})^6 \cdot (\frac{1}{2})^{6-6})$

$= (\frac{6!}{4!\ 2!}(\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^2) + (\frac{6!}{5!\ 1!}(\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{1}{2})^1) + (\frac{6!}{6!\ 0!}(\frac{1}{2})^6 \cdot (\frac{1}{2})^0)$

$= (15 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{4}) + (6 \cdot \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{2}) + (1 \cdot \frac{1}{64} \cdot 1)$

$= \frac{11}{32}$

12. D

Pembahasan:

Diketahui:

p = peluang muncul mata dadu 6 = $\frac{1}{6}$

$q = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

n = 10

$X = 8$

Ditanya:

$P(X = 8 \mid n=10)?$

Dijawab:

$$P(x, n) = C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$$

$$P(X = 8 \mid n=10) = (C(10, 8) \cdot (\tfrac{1}{6})^8 \cdot (\tfrac{5}{6})^{10-8})$$

$$= (\frac{10!}{8!\,2!} \cdot (\tfrac{1}{6})^8 \cdot (\tfrac{5}{6})^2)$$

$$= 45. \frac{1}{6^8} \cdot (\frac{25}{6^2})$$

$$= \frac{1.125}{6^{10}}$$

13. E

Pembahasan:

Diketahui:

n = 8

Pernyataan "lebih banyak sisi gambar yang muncul daripada sisi angka" berarti $X \geq 5$

p = peluang muncul sisi angka = $\frac{1}{2}$

q = 1 – p = 1 - $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$

Ditanya:

$P(X \geq 5 \mid n=8)?$

Dijawab:

$$P(x, n) = C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$$

$$P(X \geq 5 \mid n=8) = P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) + P(X=8)$$

$$= (C(8, 5) \cdot (\tfrac{1}{2})^5 \cdot (\tfrac{1}{2})^{8-5}) + (C(8, 6) \cdot (\tfrac{1}{2})^6 \cdot (\tfrac{1}{2})^{8-6}) + (C(8, 7) \cdot (\tfrac{1}{2})^7 \cdot (\tfrac{1}{2})^{8-7}) + (C(8, 8) \cdot (\tfrac{1}{2})^8 \cdot (\tfrac{1}{2})^{8-8})$$

$$= (\frac{8!}{5!\,3!}(\tfrac{1}{2})^5.(\tfrac{1}{2})^3) + (\frac{8!}{6!\,2!}(\tfrac{1}{2})^6.(\tfrac{1}{2})^2) + (\frac{8!}{7!\,1!}(\tfrac{1}{2})^7.(\tfrac{1}{2})^1) + (\frac{8!}{8!\,0!}(\tfrac{1}{2})^8.(\tfrac{1}{2})^0)$$

$$= (56. \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{8}) + (28. \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{4}) + (8. \frac{1}{128} \cdot \frac{1}{2}) + (1. \frac{1}{256} \cdot 1)$$

$$= \frac{93}{256}$$

14. B

Pembahasan:

Diketahui:

n = 6

Pernyataan "minimal 5 kali peemparan" berarti $X \geq 5$

p = peluang muncul angka lebih besar atau sama dengan 5 = $\frac{2}{6}$ = $\frac{1}{3}$

q = 1 – p = 1 - $\frac{1}{3}$ = $\frac{2}{3}$

Ditanya:

$P(X \geq 5 \mid n=6)?$

Dijawab:

$$P(x, n) = C(n, x) \cdot (p^x \cdot q^{n-x})$$

$$P(X \geq 5 \mid n=6) = P(X=5) + P(X=6)$$

$$= (C(6, 5) \cdot (\tfrac{1}{3})^5 \cdot (\tfrac{2}{3})^{6-5}) + (C(6, 6) \cdot (\tfrac{1}{3})^6 \cdot (\tfrac{2}{3})^{6-6})$$

$$= (\frac{6!}{5!\,1!}\ (\tfrac{1}{3})^5.(\tfrac{2}{3})^1) + (\frac{6!}{6!\,0!}\ (\tfrac{1}{3})^6.(\tfrac{2}{3})^0)$$

$$= (6. \frac{1}{243} \cdot \frac{2}{3}) + (1. \frac{1}{729} .1)$$

$$= \frac{13}{729}$$

15. B

Penyelesaian:

Diketahui:

p = 80% = 0,8

q = 1 – p = 0,2

n = 100

Ditanya:

μ dan σ?

Dijawab:

$$\mu = n \cdot p$$

$$= 100 \cdot 0{,}8$$

$$= 80$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$$

$$\sigma = \sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}$$

$$\sigma = \sqrt{16}$$

$$\sigma = 4$$

Nilai Latihan Akhir Modul 14 = $\frac{\textbf{Jumlah Jawaban Benar}}{\textbf{15}}$ x 10

GLOSARIUM

Acak	:	Keadaan yang tidak menentu dan terkait dengan konsep Peluang.
Eksperimen	:	Kegiatan yang dilakukan lebih dari sekali.
Ekuivalen	:	Memiliki nilai yang sama, seharga atau sebanding.
Fungsi	:	Pemetaan setiap anggota sebuah himpunan (domain) kepada anggota himpunan yang lain (kodomain).
Fungsi densitas	:	Suatu konsep dasar dalam statistika yaitu sebagai penentu probabilitas untuk suatu selang yang diberikan.
Kejadian sukses	:	Kejadian yang diharapkan (diinginkan).
Kejadian gagal	:	Kejadian yang tidak diharapkan (tidak diinginkan).
Konstanta	:	Suatu besaran yang hanya memiliki satu nilai.
Kumulatif	:	Keseluruhan.
Peluang	:	Kemungkinan munculnya suatu kejadian.
Percobaan	:	Kegiatan yang dilakukan sekali saja.
Probabilitas	:	Peluang.
Rata-rata	:	Suatu bilangan yang mewakili sekumpulan data.
Simpangan baku	:	Rata-rata jarak penyimpangan titik-titik data diukur dari nilai rata-rata data tersebut. Simpangan Baku dikenal juga dengan istilah Standar Deviasi.
Variabel	:	Suatu besaran yang memiliki lebih dari satu nilai.
Variabel acak	:	Fungsi yang dihubungkan dengan suatu percobaan, yang nilai-nilainya adalah bilangan nyata dan kemunculan nilai-nilai tersebut bergantung pada peluang.
Variabel acak diskrit	:	Variabel acak yang memiliki nilai-nilai yang dapat dihitung yang diperoleh dari hasil membilang.
Variabel acak kontinu	:	Variabel acak yang memiliki nilai-nilai yang diperoleh dari pengukuran (berupa hasil pengukuran).
Varians	:	Salah satu ukuran disperse atau variasi yang dapat menggambarkan bagaimana berpencarnya suatu data kuantitatif.

SARAN REFERENSI

Distribusi Eksponensial. (2013). Diakses pada Juni 21, 2018, dari Rumus Statistik: *www.rumusstatistik.com/2013/07/rumus-distribusi-eksponensial.html.*

Kanginan, M., Nurdiansyah, H., & Akhmad, G. (2016). *Matematika untuk Siswa SMA/MA Kelas XXII Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu-ilmu Alam.* Bandung: Yrama Widya.

Sudjana. (2005). *Metoda Statistika.* Bandung: Tarsito.

DAFTAR PUSTAKA

Distribusi Eksponensial. (2013). Diakses pada 21 Juni 2018, dari Rumus Statistik: *www.rumusstatistik.com/2013/07/rumus-distribusi-eksponensial.html.*

Distribusi Seragam. (2013). Diakses pada 21 Juni 2018, dari Rumus Statistik: *www.rumusstatistik.com/2013/07/rumus-distribusi-seragam.html.*

Jacob Bernoulli. (2012). Diakses pada 22 Juni 2018, dari wikipedia: *https://wikipedia.org/wiki/Jacob_Bernoulli#media/File%3AJakob_Bernoulli.jpg*

Kanginan, M., Nurdiansyah, H., & Akhmad, G. (2016). *Matematika untuk Siswa SMA/MA Kelas XXII Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu-ilmu Alam.* Bandung: Yrama Widya.

Statistika untuk Ekonomi dan Bisnis. (16 Mei 2009). Diakses pada 17 Mei 2018, dari E-Learning Gunadarma: *www.elearning.gunadarma.ac.id/docmodul/statistika_untuk_ekonomi_dan_bisnis/bab7_distribusi_binomial_poisson_dan_hipergeometrik.pdf*

Sudjana. (2005). *Metoda Statistika.* Bandung: Tarsito.

TENTANG PENULIS

Nama : **Ida Suramun Husna, M.Pd.**
HP/ WA : 0878 9500 0289
Facebook : Ida Suramun Husna
Email : *idasuramunhusna1302@gmail.com*
Alamat : Kab.OKU Timur, Sum-Sel

Riwayat Pendidikan Tinggi:

1. S-1 Pendidikan Matematika, Universitas Sriwijaya (2007-2011)
2. S-2 Pendidikan Matematika, Universitas Sriwijaya (2013-2016)

Riwayat Pekerjaan:

1. Guru di SMA Al Hijrah SP. Padang (2011-2013)
2. Guru di SMP Negeri 2 SP. Padang (2011-2019)
3. Tutor Tatap Muka di Universitas Terbuka (2017-sekarang)

Penelitian 10 tahun terakhir:

1. Pemahaman Konsep Siswa Materi Prisma dan Limas Menggunakan Media Poster di Kelas VIII
2. Desain Pembelajaran Proporsional Dalam Pecahan Menggunakan PITA-GORES di Kelas III

Nama : **Harun Al Rasyid, S.T.**
Telp/ HP/ WA : 0711 443341/ 0812 7321 0545
Alamat : Jl. P.S. Ing Pandan (depan Lrg. Palang Merah) No.947 RT.19 RW.05 Kel. 35 Ilir, Kec. Ilir Barat II Palembang 30146
Pekerjaan : Kasi PMK
Alamat Instansi : Jl. Ki Gede Ing Suro RT.11 RW.05 Kel. 29 Ilir Kec. Ilir Barat II Palembang 30443

Nama : **Drs. G. Kundaru**
HP/ WA : 0812 6160 6600
Email : *kundaruikip@gmail.com*
Pekerjaan : Pamong Belajar Madya di BP PAUD dan DIKMAS Sumsel
Alamat Instansi : Jl. Naskah II No.714 km.7 Sukarame Palembang Sumsel Kode Pos 30153

Riwayat Pendidikan Tinggi:

1. S-1 Pendidikan Luar Sekolah, IKIP Jogjakarta (Angkatan 1979)